

# Mathematik für Biologen

## Übungsblatt 4

Abgabe: Mittwoch, 30.11.2011 vor den Übungen

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Berechnen Sie

(a)  $\prod_{k=1}^{100} \frac{(k+2)(k+1)}{k^2}$ ,

(b)  $\sum_{k=1}^{10} \prod_{j=0}^k \frac{j+2}{j+1}$ .

### Aufgabe 2 (6 Punkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

(a) Für alle  $n, m \in \mathbb{N}$  mit  $m \leq n$  gilt

$$\sum_{k=m}^n \binom{k}{m} = \binom{n+1}{m+1}.$$

(b) Für alle  $n \in \mathbb{N}$  mit  $n \geq 4$  gilt

(i)  $2n + 1 \leq n!$ ,

(ii)  $n^2 \leq n!$ .

**Hinweis:** In (a) ist der Induktionsanfang bei  $n = m$  zu wählen, in (b) bei  $n = 4$ .

### Aufgabe 3 (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass  $(1 + \frac{1}{n})^n \geq 2$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ .

### Aufgabe 4 (3 Punkte)

Wieviele Ulmer Autokennzeichen mit einer dreistelligen Zahl am Ende ohne führende Nullen und mit einem oder zwei Buchstaben können maximal vergeben werden?

### Aufgabe 5 (6 Punkte)

(a) Wieviele Möglichkeiten gibt es, 15 Studierende in 3 Praktikumsteams zu je 5 Mitgliedern aufzuteilen?

(b) Von den Studierenden seien 2 Chemiker und die übrigen Biologen. Wieviele Möglichkeiten für die Teambildung gibt es, wenn

(i) die beiden Chemiker in einer Gruppe sind,

(ii) die beiden Chemiker in getrennte Gruppen aufgeteilt werden?