

Mathematik für Biologen

Übungsblatt 7

Abgabe: Mittwoch, 21.12.2011 vor den Übungen

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Berechnen Sie ohne Taschenrechner:

(a) $256^{\frac{3}{8}}$, (b) $9^{1.5} \cdot 3^{-4}$, (c) $\frac{\sqrt[3]{32} \sqrt[4]{8}}{\sqrt[12]{32}}$.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke für $x, y \in [0, \infty)$:

(a) $\sqrt[3]{x^3 x^5 x^7}$, (b) $x \sqrt{x \sqrt{x^3 \sqrt[3]{x}}}$, (c) $\sqrt[9]{x^2 y^4 \sqrt[3]{xy}}$.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie mit Hilfe eines Gegenbeispiels folgende Aussagen über Folgen $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ und $(b_n)_{n=1}^{\infty}$:

- (a) Wenn $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ beschränkt ist und $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty$, dann gilt $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = \infty$.
- (b) Wenn $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ und $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ beschränkt sind, so ist auch $(c_n)_{n=1}^{\infty}$ mit $c_n = a_n b_n$ beschränkt.
- (c) Wenn $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ konvergent ist und $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ beschränkt, so konvergiert auch $(c_n)_{n=1}^{\infty}$ mit $c_n = a_n b_n$.
- (d) Ist $(|a_n|)_{n=1}^{\infty}$ eine Nullfolge, so ist auch $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ eine Nullfolge.
- (e) Wenn $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ eine Nullfolge ist und $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ beschränkt, so ist auch $(c_n)_{n=1}^{\infty}$ mit $c_n = a_n b_n$ eine Nullfolge.

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Untersuchen Sie nachstehende Folgen $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ auf Konvergenz und Divergenz und begründen Sie Ihre Antwort:

(a) $a_n = \frac{n^4(2n^2+3)(4n^3-1)}{4n^9-3n^2}$,

(b) $a_n = \frac{5^n + 3^n + (-1)^n}{2^n + 7^n}$,

(c) $a_n = \frac{(-3)^{2n} + 45^n}{9^n}$,

(d) $a_n = \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{2n^3+1} + \frac{1}{n^2}}$.