

# Mathematik für Biologen

## Probeklausur

Bearbeitungszeit: 105 min.

**Alle Antworten sind zu begründen und mit Lösungsweg aufzuschreiben!**

Bitte verwenden Sie bei der richtigen Klausur für jede Aufgabe ein neues Blatt.

Zum Bestehen wären 25 von insgesamt 50 Punkten hinreichend.

### Aufgabe 1 (5 Punkte)

Von 800 Personen, die ihren Führerschein abgeben mussten, sind 100 sowohl zu schnell als auch bei rot über eine Ampel gefahren. 50 haben ihren Führerschein ausschließlich deshalb verloren, weil sie rote Ampeln überfahren haben, und weitere 50 Personen mussten ihren Führerschein abgeben, obwohl sie weder zu schnell noch bei rot über eine Ampel gefahren sind. Wieviele der Führerscheine wurden ausschließlich wegen zu schnellem Fahren eingezogen?

### Aufgabe 2 (5+5 Punkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion nach  $n$  folgende Aussagen:

(a) Für alle  $n \in \mathbb{N}$ , so dass  $n \geq 2$ , gilt  $\prod_{k=1}^{n-1} \left(1 + \frac{1}{k}\right)^{k+1} = \frac{n^n}{(n-1)!}$ .

(b) Für alle  $n, p \in \mathbb{N}$ , so dass  $n \geq 2$  und  $p \geq 3$ , gilt  $p^n > n^2$ .

### Aufgabe 3 (3+3+3+3 Punkte)

Berechnen Sie:

(a)  $\sum_{k=1}^7 \binom{8}{k}$ ,

(b)  $\sum_{k=0}^6 \left(\frac{1}{7}\right)^{k-1} \binom{6}{k} \left(\frac{13}{7}\right)^{6-k}$ ,

(c)  $\sum_{k=1}^4 \prod_{j=0}^k \frac{j+3}{j+2}$ ,

(d)  $\sum_{k=3}^{14} (3 + 6(k-1))$ .

### Aufgabe 4 (4 Punkte)

Das Rote Kreuz stellt zwei Erdbeben-Rettungsteams mit je 5 Mitarbeitern zusammen. Insgesamt kommen dafür 15 Mitarbeiter in Frage, von denen 3 einen Bagger fahren können. Wieviele Möglichkeiten der Teamzusammenstellung gibt es, wenn in jedem Team mindestens ein Baggerfahrer sein muss?

### Aufgabe 5 (4 Punkte)

Ein Guthaben von 1000 Euro wird mit 2.1% pro Jahr verzinst. Nach wievielen Jahren übersteigt das Kontoguthaben erstmals 5000 Euro, wenn die Zinsen immer am Jahres-

ende gutgeschrieben werden und die Beobachtung zum Jahresanfang beginnt?

**Aufgabe 6** (3+3+3 Punkte)

Untersuchen Sie die Folgen  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  auf Konvergenz bzw. Divergenz und geben Sie gegebenenfalls den Grenzwert an, wenn

(a)  $a_n = \frac{n^3(4n+1)(2n+1)}{6n^5-2n^2},$

(b)  $a_n = \frac{5^{n+1}-6^{n+2}}{4^{n+3}+6^n},$

(c)  $a_n = \frac{-3n^5(2n^2-7)}{2n^4-n+1}.$

**Aufgabe 7** (3+3 Punkte)

Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz bzw. Divergenz.

(a)  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{3^k}{(5+k^{k+1})^k},$

(b)  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^6 6^k}{k!}.$

Viel Erfolg!