



# Übungen zu Mathematik für Biologen

Prof. Dr. Dieter Kalin  
Dr. Dirk Meierling  
WS 2014/2015

## Übungsblatt 10

**Abgabetermin:** Mittwoch, 14. Januar 2015, vor den Übungen um 11:00 Uhr

---

**Aufgabe 1.** Bestimme  $x$ .

(4P)

- (i)  $\frac{1}{2}\log(x) = -4$ ;
- (ii)  $x\log(8) = 3$ ;
- (iii)  ${}^2\log(3x - 1) + {}^2\log(x + 5) = 6$ ;
- (iv)  ${}^8\log(7x^2) - {}^2\log(x) = 0$ .

**Aufgabe 2.** Die Halbwertszeit des Kohlenstoffisotops  ${}^{14}\text{C}$  beträgt  $5730 \pm 40$  Jahre.

(3P)

- (i) Gib eine Formel an, mit der sich die Restmenge  $f(a)$  von  ${}^{14}\text{C}$  ausgehend von einer Startmenge  $f_0$  nach  $a$  Jahren berechnen lässt. Nimm dazu eine Halbwertszeit von  $b = 5730$  Jahren an.
- (ii) In einem Fossil stellt man 30% des  ${}^{14}\text{C}$ -Gehaltes fest, den ein lebender Organismus vergleichbarer Größe enthält. Wie viele Jahre sind seit dem Tod des Fossils vergangen?

**Aufgabe 3.** Wenn Licht in Wasser eindringt, so verliert es mit zunehmender Wassertiefe durch Absorption an Intensität. In reinem Meerwasser nimmt die Lichtintensität pro Meter um etwa 75% ab.

(4P)

- (i) Gib eine Formel an, mit der sich die Restmenge  $f(d)$  der Lichtintensität ausgehend von einer Startintensität von 1 in einer Tiefe von  $d$  Metern berechnen lässt. Nimm dazu an, dass die Lichtintensität pro Meter um genau 75% abnimmt.
- (ii) Wieviel Prozent der ursprünglichen Intensität sind in 1, 2 und 3 Meter Wassertiefe noch vorhanden?

In verschmutztem Meerwasser folgt die Abnahme der Lichtintensität der Funktion

$$g(d) = e^{-d \ln 10} \quad \text{für } d \geq 0.$$

- (iii) In welcher Tiefe beträgt die Lichtintensität weniger als 0,1% der ursprünglichen Intensität?

**Aufgabe 4.** In einer Zellkultur teilen sich 30% der Zellen innerhalb von 6 Stunden. Wie viele Zellen befinden sich nach 1, 3 bzw. 5 Tagen in einer Zellkulturflasche, die zu Beginn des Beobachtungszeitraumes 1000 Zellen enthält? (2P)

**Aufgabe 5.** Untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz. (6P)

(i)  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{2^k}$ ;

(ii)  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^{k+1}}{3^k}$ ;

(iii)  $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{k!}{(k-1)^{k+1}}$ .

**Aufgabe 6.** (4P)

(i) Das Polynom  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$  hat die einfache Nullstelle  $a = -1$  und eine zweifache Nullstelle  $b$ . Bestimme  $b$  durch einen Koeffizientenvergleich von  $f(x)$  und  $g(x) = (x + 1) \cdot (x - b)^2$ .

(ii) Das Polynom  $f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4 = (x - 1) \cdot (x + 2) \cdot (x^2 + x - 2)$  hat die  $r$ -fache Nullstelle  $a = 1$  und die  $s$ -fache Nullstelle  $b = -2$ . Bestimme  $r$  und  $s$ .