



Übungen zu Mathematik für Biologen

Prof. Dr. Dieter Kalin
Dr. Dirk Meierling
WS 2014/2015

Übungsblatt 3

Abgabetermin: Mittwoch, 12. November 2014, vor den Übungen um 11:00 Uhr

Aufgabe 1. Schreibe die folgenden Dezimalzahlen als Bruch $\frac{m}{n}$ mit $m, n \in \mathbb{N}$.

(i) $0, \overline{2}$; (2P)

(ii) $0, \overline{34}$; (2P)

(iii) $0, 56\overline{789}$. (2P)

Aufgabe 2. Skizziere die folgenden Mengen auf der reellen Zahlengeraden. Erstelle dabei für jede Teilaufgabe eine eigene Skizze.

(i) $M_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 1| > 3\}$; (1P)

(ii) $M_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 7| \leq 2\}$; (1P)

(iii) $M_3 = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 \leq |x + 2| \leq 7\}$. (1P)

Aufgabe 3. Schreibe die folgenden Summen mit Hilfe des Summenzeichens \sum .

(i) $1 + 5 + 9 + 13 + 17 + 21 + 25$; (1P)

(ii) $(-6) + (-4) + (-2) + 0 + 2 + 4 + 6 + 8$; (1P)

(iii) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10$. (1P)

Aufgabe 4. Berechne folgende Summen.

(i) $\sum_{i=1}^{1000} (-1)^i$; (1P)

(ii) $\sum_{j=1}^{100} \left(\frac{1}{j+1} - \frac{1}{j+2} \right)$; (1P)

(iii) $\sum_{k=1}^4 3^k$. (1P)

Aufgabe 5. Beweise, dass $\sqrt{5}$ keine rationale Zahl ist.

(4P)

(Hinweis: Benutze die folgende Hilfsaussage.

Aussage. Ist z eine ganze Zahl mit der Eigenschaft, dass z^2 durch 5 teilbar ist, so ist auch z durch 5 teilbar.

Beweis. Schreibe die Zahl z in der Form $z = 5q + r$, wobei $r = 0, 1, 2, 3$ oder 4 ist (Division mit Rest). Dann gilt $z^2 = 25q^2 + 10qr + r^2 = 5(5q^2 + 2qr) + r^2$. Also ist z^2 durch 5 teilbar genau dann, wenn r^2 durch 5 teilbar ist. Dies gilt aber nur dann, wenn $r = 0$ und damit z durch 5 teilbar ist.)

Bemerkung. Die Aussage gilt nicht nur für die Zahl 5, sondern analog für jede Primzahl.