



# Übungen zu Mathematik für Biologen

Prof. Dr. Dieter Kalin  
Dr. Dirk Meierling  
WS 2014/2015

## Übungsblatt 5

**Abgabetermin:** Mittwoch, 26. November 2014, vor den Übungen um 11:00 Uhr

---

**Aufgabe 1.** Das Nummerierungsschema österreichischer Kfz-Kennzeichen setzt sich aus (5P)

*Unterscheidungszeichen* (Kennbuchstaben für den Verwaltungsbezirk, z.B. FK für Feldkirch) und *Vormerkzeichen* (einer Kombination aus Ziffern und Buchstaben) zusammen. Bestehen Unterscheidungszeichen aus zwei Buchstaben, so gelten folgende Regeln für Vormerkzeichen.

- (i) Vormerkzeichen müssen aus vier oder fünf Zeichen bestehen.
- (ii) Vormerkzeichen müssen mit einer Ziffer beginnen und mit einem Buchstaben enden sowie mindestens eine Ziffer und zwei Buchstaben enthalten.
- (iii) Es müssen alle Ziffern in einem geschlossenen Block und alle Buchstaben in einem geschlossenen Block sein.
- (iv) Die Verwendung des Buchstabens Q und der Umlaute Ä, Ö und Ü ist nicht gestattet.
- (v) Die Ziffer 0 an der ersten Stelle im Ziffernblock ist unzulässig; ebenso der Buchstabe O an der ersten Stelle im Buchstabenblock.

Wie viele verschiedene Kennzeichen mit dem Unterscheidungszeichen FK gibt es?

**Aufgabe 2.** Ein Zug bestehe aus vier Wagen der 1. Klasse, acht Wagen der 2. Klasse und zwei Wagen mit Bordrestaurant. Wie viele **unterscheidbare** Wagenfolgen sind möglich,

- (i) wenn die Wagen beliebig eingereiht werden dürfen? (2P)
- (ii) wenn die Wagen der 1. Klasse nicht getrennt werden dürfen? (2P)
- (iii) wenn jeder Wagen der 1. Klasse neben einem Wagen mit Bordrestaurant eingereiht werden muss? (2P)

**Aufgabe 3.** Beweise die folgenden Aussagen.

- (i) Für alle  $n, m \in \mathbb{N}$  mit  $m \leq n$  gilt (4P)

$$\sum_{k=m}^n \binom{k}{m} = \binom{n+1}{m+1};$$

(ii) Für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0;$$

(2P)

(iii) Für alle  $x \in \mathbb{R}$  und alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt

$$\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k} x^k (1-x)^{n-k} = nx.$$

(4P)