



# Übungen zu Mathematik für Biologen

Prof. Dr. Dieter Kalin  
Dr. Dirk Meierling  
WS 2014/2015

## Übungsblatt 7

**Abgabetermin:** Mittwoch, 10. Dezember 2014, vor den Übungen um 11:00 Uhr

Nach Definition 2.4 aus der Vorlesung konvergiert eine Folge  $(s_n)_{n=1}^{\infty}$  gegen den Grenzwert  $s$  genau dann, wenn

$$\forall \varepsilon > 0 \exists n_0(\varepsilon) \forall n > n_0(\varepsilon): |s_n - s| < \varepsilon.$$

**Aufgabe 1.** Zeige mit Hilfe obiger Definition die Konvergenz der folgenden Folgen  $(s_n)_{n=1}^{\infty}$  gegen den Grenzwert  $s$ . (4P)

(i)  $s_n = \frac{1}{8n^3}$  und  $s = 0$ ;

(ii)  $s_n = \frac{2n^2}{1-3n^2}$  und  $s = -\frac{2}{3}$ .

**Aufgabe 2.** Die Folge  $(s_n)_{n=1}^{\infty}$  mit  $s_n = 1 + \frac{4}{n^2}$  konvergiert gegen den Grenzwert  $s = 1$ . Gib (2P)  
eine natürliche Zahl  $n_0$  an, sodass für alle  $n > n_0$  die Ungleichung  $|s_n - s| < \frac{1}{1000}$  gilt.

**Aufgabe 3.** Zeige, dass (4P)

$$n! \leq 2 \left(\frac{n}{2}\right)^n$$

für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt.

**Aufgabe 4.** Zeige, dass die folgenden Folgen  $(s_n)_{n=1}^{\infty}$  gegen 0 konvergieren. (6P)

(i)  $s_n = \frac{n^2}{2^n}$ ; (Hinweis: Wende die binomische Formel auf  $2^n$  an.)

(ii)  $s_n = \frac{2^n}{n!}$ ;

(iii)  $s_n = \frac{n!}{n^n}$ . (Hinweis: Benutze Aufgabe 3.)

**Aufgabe 5.** Berechne unter Verwendung von Aufgabe 4 sowie der Grenzwertsätze und (8P)  
Ergebnisse aus der Vorlesung die Grenzwerte der folgenden Folgen  $(s_n)_{n=1}^{\infty}$ .

(i)  $s_n = \frac{(-1)^n}{4n}$ ;

(ii)  $s_n = \frac{5n^3 - 2n^2 + 7}{2n^3 + 6n}$ ;

(iii)  $s_n = \frac{3^n - 2^n}{4^n - 5^n}$ ;

(iv)  $s_n = \frac{2^n - n! + 33n^2}{3n^n - n}$ .