

## Übungsblatt 3

5) Sei  $Y$  ein Steinerbaum mit Terminalen  $T$  in dem alle Blätter Terminale sind. Beweisen Sie:

(b)  $\sum_{v \in T} (|\delta_Y(v)| - 1) = k - 1$ , wobei  $k$  die Anzahl der vollen Komponenten von  $Y$  ist.

(2 Punkte)

6) Betrachten Sie das folgende Entscheidungsproblem:

*Gegeben eine Instanz des rectilinearen Steinerbaum Problems  $T \subseteq \mathbb{Z}^2$  und eine natürliche Zahl  $k \in \mathbb{N}$ . Gibt es einen Steinerbaum auf  $Y$  mit Länge höchstens  $k$ ?*

Beweisen Sie: Wenn es einen Algorithmus mit polynomieller Laufzeit gibt, der das obige Entscheidungsproblem in polynomieller Zeit beantworten kann, dann gibt es auch einen Algorithmus, der in polynomieller Zeit einen kürzesten rectilinearen Steinerbaum berechnet.

(4 Punkte)

7) Sei  $T$  eine Instanz des rectilinearen Steinerbaum Problems und  $r \in T$ . Für einen Steinerbaum  $Y$  auf  $T$  bezeichnen wir mit  $l(Y)$  die maximale Länge eines Pfades von  $r$  zu einem Element aus  $T \setminus \{r\}$  in  $Y$ .

(a) Beschreiben Sie eine Instanz, in der kein kürzester Steinerbaum  $l(Y)$  minimiert und kein Steinerbaum der  $l(Y)$  minimiert ein kürzester ist.

(b) Betrachten Sie das Problem, einen kürzesten Steinerbaum zu finden, für welchen  $l(Y)$  minimal ist unter allen kürzesten Steinerbäumen. Gibt es immer einen Baum mit dieser Eigenschaft der ein Teilgraph des Hanan Gitters ist? Beweisen Sie Ihre Behauptung.

(4 Punkte)

**Abgabetermin:** 14. Mai, vor der Vorlesung (14.15 Uhr).