Optimierung in der Praxis: Probleme des Chip Design — Dr. Jens Maßberg
Sommersemester 2012

# Übungsblatt 5

**8)** Seien $x_1 \ldots, x_k \in \mathbb{R}$, $x_1 \leq x_2 \ldots \leq x_k$.

(a) Zeigen Sie, dass das Minimum in

$$\min_{x \in \mathbb{R}} \sum_{i=1}^{k} |x - x_i|$$

an einer Position $x = x_i$ angenommen wird.

(b) Zeigen Sie, dass es Instanzen $x_1 \leq \ldots \leq x_k$ gibt, bei denen das Minimum in

$$\min_{x \in \mathbb{R}} \sum_{i=1}^{k} |x - x_i|^2$$

an keiner Position $x = x_i$ angenommen wird.

(4 Punkte)

**9)** Wir betrachten nun das Facility Location Problem mit (harten) Kapazitätsschranken:

**Input:** Eine Menge $\mathcal{D}$ von Klienten, eine Menge $\mathcal{F}$ von potenziellen Facilities, feste Kosten $f_i \in \mathbb{R}_+$ um eine Facility $i \in \mathcal{F}$ zu eröffnen, Verbindungskosten $c_{ij} \in \mathbb{R}_+$ für alle $i \in \mathcal{F}$ und $j \in \mathcal{D}$ und zusätzlich Kapazitätsschranken $u_i \in \mathbb{N}$ für jeden Standort $i \in \mathcal{F}$.
**Aufgabe:** Finde eine Teilmenge $X \subseteq \mathcal{F}$ von Facilities und eine Zuweisung $\sigma : \mathcal{D} \to X$, so dass die Kapazitätsschranken

$$|\{j \in \mathcal{D} : \ \sigma(j) = i\}| \leq u_i \quad \forall i \in \mathcal{F} \tag{1}$$

eingehalten werden und die Kosten

$$\sum_{i \in X} f_i + \sum_{j \in \mathcal{D}} c_{\sigma(j),j} \tag{2}$$

minimiert werden.

Angenommen, Sie haben eine Menge $X \subseteq \mathcal{F}$ fest gegeben. Zeigen Sie, dass eine optimale Zuweisung $\sigma : X \to \mathcal{D}$, die die Kapazitätschranken (1) einhält und unter diesen Zuordnungen die Kosten (2) minimiert, in polynomieller Zeit gefunden werden kann.
*Tipp: s-t Flüsse*

*(4 Punkte)*

***Abgabetermin:*** *29. Mai, vor der Übung (12.15 Uhr).*