Übungsblatt 8

Sink Clustering Problem
Input: Ein metrischer Raum (V, c), eine endliche Menge $D \subseteq V$ von Terminalen / Senken mit Bedarf $d : D \to \mathbb{R}_+$, Facility Öffnungskosten $f \in \mathbb{R}_+$ und Kapazitätslimit $u \in \mathbb{R}_+$.
Aufgabe: Finde $k \in \mathbb{N}$ mit $1 \leq k \leq |D|$, eine Partitionierung $D = D_1 \dot{\cup} \ldots \dot{\cup} D_k$ und Steinerbäume T_i auf D_i $(i = 1, \ldots, k)$ mit

$$\sum_{e \in E(T_i)} c(e) + \sum_{j \in D} d(j) \leq u \quad \text{für } i = 1, \ldots, k$$

so dass

$$\sum_{i=1}^{k} \sum_{e \in E(T_i)} c(e) + kf$$

minimal ist.

13) Sei $\epsilon > 0$. Beweisen Sie, dass es keinen polynomiellen Approxiamtionsalgorithmus für das Sink Clustering Problem in der rectilinearen Ebene gibt, der eine Approximationsgüte von $2 - \epsilon$ hat.

Tipp: Zeigen Sie, dass Sie anderenfalls das rectilineare Steinerbaum Entscheidungsproblem lösen können: Gegeben eine Steinerbaumminstanz I und eine Zahl $k \in \mathbb{R}$. Gibt es einen Steinerbaum auf I der Länge $\leq k$?

(4 Punkte)

14) Sei V eine endliche Menge von Knoten mit $n = |V|$ und $c : V \times V \to \mathbb{R}_+$ eine symmetrische Kostenfunktion. Sei $E := \{e_1, \ldots, e_{n-1}\}$ die Kanten eines kürzesten aufspannenden Baumes auf V mit $c(e_1) \geq c(e_2) \geq \ldots \geq c(e_{n-1})$.
Sei $k \in \{1, \ldots, n-1\}$ und $E_k := E \setminus \{e_1, \ldots, e_k\}$.
Beweisen Sie:

- E_k ist ein Wald auf V der aus $1 + k$ maximalen Zusammenhangskomponenten besteht.
- Kein anderer Wald auf V der aus $1 + k$ maximalen Zusammenhangskomponenten besteht ist kürzer als (V, E).

(4 Punkte)

Abgabetermin: 18. Juni, vor der Vorlesung (12.15 Uhr).