Stochastische Prozesse und Optimierung

Übungsblatt 2, SoSe 14

4) Eine Matrix $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ heißt <u>positiv-semidefinit</u> (Abk.: psd) genau dann, wenn gilt $x'Qx \geq 0 \;\; \forall x \in \mathbb{R}^n$; Q heißt <u>positiv-definit</u> (Abk.: pd) genau dann, wenn gilt $x'Qx > 0 \;\; \forall x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$.
Sei $F: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ mit $F(x) = x'Qx$;
Zeigen Sie:

(a) F konvex $\Longleftrightarrow$ Q psd,

(b) F streng konvex $\Longleftrightarrow$ Q pd.

5) Sei $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ symmetrisch und pd; zeigen Sie: Q^{-1} ist symmetrisch und pd.

Hinweis:
Für eine symmetrische und pd Matrix $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ gilt die Darstellung $Q = T'DT$ mit

1) T ist orthogonal, d.h. T ist invertierbar und es gilt $T^{-1} = T'$;

2) D ist eine Diagonalmatrix mit den positiven Eigenwerten von Q.