

# Stochastische Prozesse und Optimierung

## Übungsblatt 3, SoSe 14

6) Für eine (eindimensionale) Verteilungsfunktion  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  und  $\alpha \in (0, 1)$  sei  $\tilde{C}_F(\alpha) := \inf \{ t \in \mathbb{R} \mid F(t) \geq \alpha \}$ ; zeigen Sie:

(a)  $F(\tilde{C}_F(\alpha)) \geq \alpha$ ;

(b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} F(C_F(\alpha) - \frac{1}{n}) \leq \alpha$ ;

(c) ist  $F$  nicht stetig in  $t_0 = \tilde{C}_F(\alpha)$ , so gilt  $F(\tilde{C}_F(\alpha)) = \alpha$  oder  $F(\tilde{C}_F(\alpha)) > \alpha$ ;

(d) ist  $F$  stetig in  $t_0 = \tilde{C}_F(\alpha)$ , so gilt  $F(\tilde{C}_F(\alpha)) = \alpha$ ;

(e) für  $C_F(\alpha) := \sup \{ t \in \mathbb{R} \mid F(t) \leq \alpha \}$  gilt  $\tilde{C}_F(\alpha) \leq C_F(\alpha)$ ;

(f) ist  $F$  stetig und streng monoton wachsend, so gilt  $\tilde{C}_F(\alpha) = C_F(\alpha)$ .

7) gegeben seien ein W'heitsraum  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$   
und eine Zufallsvariable

$(a, b): \Omega \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ; bestimmen Sie für  
 $x \in \mathbb{R}$  die W'heiten

$P(\{\omega \in \Omega \mid a(\omega) \leq x \leq b(\omega)\})$  und für  
 $\alpha \in (0, 1)$  die Bereiche  $X(\alpha)$  für

$$(a) \quad P((a, b) = (-1, +3)) = \frac{1}{6},$$

$$P((a, b) = (-3, +1)) = \frac{5}{6};$$

$$(b) \quad P((a, b) = (+5, +5)) = \frac{1}{2},$$

$$P((a, b) = (-5, -5)) = \frac{1}{2}.$$