Stochastische Prozesse und Optimierung

Übungsblatt 7, SoSe 14

14) Sei ein Programm im Sinne der Definition 3.1 gegeben und gelte, daß A deterministisch ist. Zeigen Sie:
Für $i \in \{1, \dots, m\}$ ist $X_i(\alpha)$ konvex für alle $\alpha \in (0,1)$.

15) Eine Funktion $F: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ heißt quasi-konkav genau dann, wenn für alle $x, y \in \mathbb{R}^n$ und alle $\lambda \in [0,1]$ gilt:
$F(\lambda x + (1-\lambda) y) \geq \min\{F(x), F(y)\}$.
Zeigen Sie:

(a) Jede eindimensionale Verteilungsfunktion F ist quasi-konkav;

(b) eine Funktion $F: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ ist genau dann quasi-konkav, wenn für alle $\gamma \in \mathbb{R}$ gilt: $\{x \in \mathbb{R}^n \mid F(x) \geq \gamma\}$ ist konvex;

(c) bei einer quasi-konkaven Funktion ist ein lokales Maximum i.a. kein globales Maximum;

(d) für die diskrete zweidimensionale Zufallsvariable b mit

$$P\left(b = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = P\left(b = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}\right) = \frac{1}{2}$$

und $F : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ mit

$$F\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = P\left(b \leq \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix}\right)$$

gilt: F ist nicht quasi-konkav.