Abgabe zu zweit **vor** der Vorlesung am Di., **06.05.14** um 10:15 Uhr im Raum E 20.

Aufgabe 4 (Erzeugermatrix, Prüfmatrix)
Gegeben sei die Matrix

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_{4,6}(\mathbb{F}_3)\ .$$

a) Zeige, dass H eine gültige Prüfmatrix eines linearen Codes $\mathcal{C}$ ist und bestimme dessen Dimension, Länge, sowie $|\mathcal{C}|$.

b) Konstruiere eine Generatormatrix G von $\mathcal{C}$ und bringe die Generatormatrix auf Standardform.

c) Bestimme $d_{\text{min}}(\mathcal{C})$ nur mit Hilfe von H.

d) Wie viele Fehler kann $\mathcal{C}$ korrigieren?

e) Sind die Vektoren $v = (0, 2, 2, 0, 2, 0), w = (2, 0, 2, 1, 2, 2)$ gültige Codewörter?

(1+1,5+1,5+0,5+0,5 = **5 P**)

Aufgabe 5 (Verkleben von Codes)
Gegeben seien zwei lineare Codes $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2$ über $\mathbb{F}_q$ (mit positiven Dimensionen k_1, k_2 und Längen n_1, n_2) und $\mathcal{D} := \{(c_1|c_2) \mid c_i \in \mathcal{C}_i\}$, d.h. je ein Codewort aus den beiden Codes wird zu einem längeren Codewort in $\mathcal{D}$ zusammengefügt.

a) Zeige: $\mathcal{D}$ ist ebenfalls ein linearer Code. Bestimme außerdem dessen Länge $n_{\mathcal{D}}$ und Dimension $k_{\mathcal{D}}$.

b) Seien G_1, G_2 die beiden Erzeugermatrizen von $\mathcal{C}_1$ und $\mathcal{C}_2$. Zeige, dass

$$G_{\mathcal{D}} := \left(\begin{array}{c|c} G_1 & 0 \\ \hline 0 & G_2 \end{array}\right)\ .$$

eine mögliche Erzeugermatrix von $\mathcal{D}$ ist.

c) Zeige: $d_{\text{min}}(\mathcal{D}) = \min\{d_{\text{min}}(\mathcal{C}_1), d_{\text{min}}(\mathcal{C}_2)\}$.

(2+1+2 = **5 P**)