

Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra II

Institut für Reine Mathematik

SS 2014 – Blatt 05

Abgabetermin: Freitag, 30.05.2014 um 12:15 Uhr vor Beginn der Übungen

18. Es sei

$$J := \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & \ddots & & & \vdots \\ 0 & \dots & & \lambda & 1 \\ 0 & & \dots & & \lambda \end{pmatrix}$$

Ein Jordanblock der Größe n zum Eigenwert λ . Zeigen Sie, dass $(J^k)_{k=1}^\infty$ genau dann eine Nullfolge ist, wenn $|\lambda| < 1$ gilt. (7 P)

19. Zeigen Sie Notiz 9.1.2.

- (a) Sind A und B affine Unterräume von V , die parallel zu U sind, so sind A und B entweder gleich oder disjunkt. (2 P)
- (b) Ein affiner Unterraum $A \subset V$ ist genau dann ein Untervektorraum von V , wenn $0 \in A$. (2 P)
- (c) Ist $q \in p + U$, so ist $q + U = p + U$. (2 P)
- (d) Ist $A \subset V$ ein affiner Unterraum, der parallel zu U ist, so ist für $q \in V$ auch $q + A \subset V$ ein affiner Unterraum und er ist parallel zu U . (2 P)

20. Es seien $p, q_1, \dots, q_n$ Punkte in V . Dann gilt:

- (a) Ist $U = \langle q_1, \dots, q_n \rangle$ der von $(q_1, \dots, q_n)$ aufgespannte Untervektorraum, so gilt

$$p + U = \text{Aff}(p, p + q_1, \dots, p + q_n) .$$

(2 P)

- (b) Ist $(q_1, \dots, q_n)$ eine Basis von U , so hat jedes $x \in \text{Aff}(p, p + q_1, \dots, p + q_n)$ eine eindeutige Darstellung in der Form

$$x = p + \sum_{i=1}^n \lambda_i q_i \text{ mit } \lambda_i \in K .$$

(2 P)

21. Es sei $f : V \rightarrow W$ eine affine Abbildung und es seien $A \subset V$ und $B \subset W$ affine Unterräume. Dann ist $f(A) \subset W$ ein affiner Unterraum von W und $f^{-1}(B) \subset V$ ist die leere Menge oder ein affiner Unterraum von V . (4 P)