

Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra II

Institut für Reine Mathematik

SS 2014 – Blatt 07

Abgabetermin: Freitag, 13.06.2014 um 12:15 Uhr vor Beginn der Übungen

26. Es sei V ein n -dimensionaler $\mathbb{R}$ -Vektorraum. Weiter seien

$$\varphi_1, \dots, \varphi_n \in V^* = \text{Hom}_{\mathbb{R}}(V, \mathbb{R}) ; b_1, \dots, b_n \in \mathbb{R} .$$

Betrachte den affinen Unterraum

$$X_j := \{x \in V ; \varphi_i(x) = b_i, \text{ für } i = 1, \dots, j\} .$$

Zeigen Sie, dass X_j genau dann nicht leer mit $\dim X_j = n - j$ für alle $j = 1, \dots, n$ ist, wenn $(\varphi_1, \dots, \varphi_n)$ linear unabhängig ist. (5 P)

27. Es sei

$$P := \{(-1, 2), (0, 0), (1, 0), (2, 1)\} \subset \mathbb{R}^2$$

Finden Sie ein System linearer Ungleichungen, dessen Lösungsmenge $\text{Kon}(P)$ ist. (5 P)

28. Es sei

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} , b := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix}$$

Finden Sie die Ecken von $M = \{x \in \mathbb{R}^2 ; Ax \geq b\}$.

Dabei sei $\geq$ auf dem $\mathbb{R}^n$ komponentenweise definiert; es gilt also für $x, y \in \mathbb{R}^n$ genau dann $x \geq y$ wenn $x_i \geq y_i$ für alle $i = 1, \dots, n$ gilt. (5 P)

29. Es sei $x, y, z \in \mathbb{R}$. Finden Sie alle Maxima von $\psi(x, y, z) = x + 2z$ unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} z &\geq 0 \\ x - 2y + 2z &\leq 0 \\ 2x + y - z &\geq 0 \\ x + 3y + 2z &\leq 5 \end{aligned}$$

(5 P)