

# Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra II

Institut für Reine Mathematik

SS 2014 – Blatt 08

Abgabetermin: Freitag, 20.06.2014 um 12:15 Uhr vor Beginn der Übungen

30. (a) Zeigen Sie

$$\text{Con}(M) := \bigcap_{\substack{M \subset \Delta \subset V \\ \text{Kegel}}} \Delta = \mathbb{R}_+ \cdot \text{Kon}(M)$$

(2 P)

(b) Zeigen Sie Notiz 9.4.7.

Sind  $p_1, \dots, p_N \in V$  endlich viele Punkte von  $V$ , so gilt

$$\text{Con}(p_1, \dots, p_N) = \left\{ p \in V ; \text{es gibt } \lambda_1, \dots, \lambda_N \in \mathbb{R}_+ \text{ mit } p = \sum_{i=1}^N \lambda_i p_i \right\}$$

(2 P)

31. Skizzieren Sie im  $\mathbb{R}^2$  die folgenden Mengen.

(a)  $Q_1 + Q_2$  mit  $Q_1 := \{(1, 1), (1, 2)\}$ ,  $Q_2 := \{(2, 1), (3, 1)\}$  (1 P)

(b)  $R + D$  mit  $R := \text{Kon}((0, 0), (3, 0), (1, 1), (3, 1))$ ,  $D := \text{Kon}((0, 0), (1, 1), (0, 2))$  (1 P)

(c)  $D + C$  mit  $D := \text{Kon}((1, 1), (1, 2), (2, 2))$ ,  $C := \text{Con}((-1, 1), (1, 2))$  (1 P)

32. Es sei  $P$  das Polyeder, dass durch die folgenden Ungleichungen beschrieben wird.

$$\begin{aligned} y &\geq 1 \\ x + 3y &\geq 8 \\ 3x + y &\geq 8 \\ 3x - y &\geq -2 \end{aligned}$$

Finden Sie eine Zerlegung  $P = Q + C$ , wobei  $Q$  ein Polytop und  $C$  ein Kegel ist. (4 P)

33. Es sei  $V$  ein  $n$ -dimensionaler Vektorraum,  $P = \{x \in V ; \varphi(x) \geq b\}$  ein kompaktes Polyeder,  $p \in P$  eine Ecke, die durch  $\varphi_1(p) = b_1, \dots, \varphi_n(p) = b_n$  definiert sei. Weiter seien

$$\{x \in P ; \varphi_i(x) = b_i\}$$

$(n - 1)$ -dimensionale Facetten für alle  $i = 1, \dots, n$ . Es sei  $\psi$  eine auf  $P$  nicht konstante Linearform mit  $\psi(p) = c$  und

$$P \subset \{x \in V ; \psi(x) \geq c\}$$

Da  $(\varphi_1, \dots, \varphi_n)$  eine Basis des  $V^*$  bildet, gibt es  $a_\nu \in \mathbb{R}$  mit

$$\psi = a_1 \varphi_1 + \dots + a_n \varphi_n$$

Zeigen Sie, dass  $a_\nu \geq 0$  gilt. (5 P)