

# Praktikum Computeralgebra

## Ankündigung

Jun. Prof. Dr. Jeroen Sijsling  
Institut für Reine Mathematik  
Sommersemester 2020  
✉ jeroen.sijsling@uni-ulm.de

Die Computeralgebra ist ein Bereich der Mathematik, der sich mit algebraischen Berechnungen befasst. Solche Berechnungen können auf der theoretischen Ebene betrachtet werden, aber man kann auch versuchen, sie effizient in computer-algebraischen Systemen (CAS) durchzuführen. Die explizite Betrachtung der abstrakten algebraischen Themen ergänzt sie und trägt oft beträchtlich zu ihrem Verständnis bei.

In diesem Praktikum besprechen wir die computer-algebraischen Aspekte der *Galoistheorie*, die die Lösungen polynomieller Gleichungen

$$x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$$

studiert. Diese Theorie beweist unter anderem, dass die meisten solcher Gleichungen vom Grad  $\geq 5$  keine Lösung haben, die sich in Wurzeln ausdrücken lässt. Bis Grad 4 gibt es noch so eine Formel: Im Grad 3 heißt diese Formel, die Sie rechts unten sehen können, die *Cardano-Formel*. Die Galoistheorie erklärt mittels der sogenannten *Galoisgruppe*, warum es so eine Formel im Allgemeinen nicht gibt, und zeigt, wie man komplizierte Gleichungen noch immer studieren kann. Diese Galoistheorie hat somit zur Geburt der Gruppentheorie geführt: Genauer gesagt ist die Galoisgruppe die Gruppe, die von bestimmten Permutationen der Wurzeln der gegebenen polynomiellen Gleichung gebildet wird.

Das Praktikum fängt an mit einer gemeinsamen Einführung in das offenbar verfügbare freie Computeralgebrasystem SAGEMATH. In der ersten Hälfte des Praktikums lernen Sie, mit diesem System zu arbeiten und Ihre eigene Programme darin zu schreiben. SAGEMATH ist ein System mit breiter Orientierung und lässt sich in vielen Bereichen außerhalb der Galoistheorie (und auch außerhalb der Algebra) einsetzen. Darauf arbeiten Sie in kleineren Gruppen an Einzelthemen, wie zum Beispiel:

- Die Herleitung der Cardano-Formel und allgemeinerer Formeln;
- Die effiziente Bestimmung von Galoisgruppen;
- Statistiken zur Frequenz von Galoisgruppen (Tschebotarsjowscher Dichtigkeitssatz);
- Geometrische Galoistheorie: Erweiterungen rationaler Funktionskörper.

### Zielgruppe und Voraussetzung

Das Praktikum richtet sich an alle Studierende der mathematischen Studiengänge. Voraussetzung ist eine der Vorlesungen *Elemente der Algebra* und *Algebra*.

### Teilnehmerzahl und Durchführung

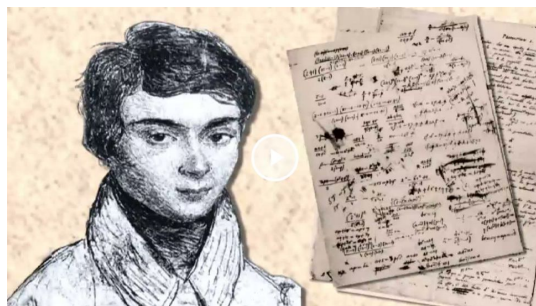
12 Teilnehmer. Einführung in SageMath gefolgt durch Zusammenarbeit an Einzelthemen.

### Anmeldung

Per Email bis 14.03.2020 an jeroen.sijsling@uni-ulm.de, mit Angabe von:

- Name, Matrikelnummer, Studiengang, Fachsemester.
- Liste aller bisher gehörten mathematischen Vorlesungen.

Am Ende des aktuellen Semesters findet eine (nicht verpflichtete) Besprechung der Veranstaltung statt.



$$y = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$