
Elemente der Algebra: Blatt 12

A1. Welche der folgenden Polynome f sind irreduzibel über dem Grundkörper K ?

(a) $K = \mathbb{Q}, f = x^4 + 6x + 3$ (5)

(b) $K = \mathbb{Q}, f = x^4 + x^3 + x - 1$ (5)

(c) $K = \mathbb{R}, f = y^2 - x^3 - 1$ (5)

(d) $K = \mathbb{F}_2, f = x^4 + x^2 + 1$ (5)

A2. Für ein Polynom $f = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ in $\mathbb{Z}[x]$ sei $\varphi(f) := \text{ggT}(a_0, \dots, a_n)$. Zeigen Sie, (20)
dass für $f, g \in \mathbb{Z}[x]$ gilt $\varphi(fg) = \varphi(f)\varphi(g)$. (Hinweis: Zeigen Sie die Aussage zunächst für $\varphi(f) = \varphi(g) = 1$. Folgen Sie dazu dem Beweis des Lemmas von Gauss.)