UNIVERSITÄT ULM

Prof. Dr. S. Wewers
WS 2013/2014

Elemente der Algebra: Blatt 13

A1. Untersuchen Sie in den folgenden Fällen, ob $\alpha \in L$ algebraisch über K ist **und bestimmen Sie gegebenenfalls das Minimalpolynom von** α.

(a) $K = \mathbb{Q}, L = \mathbb{C}, \alpha = 2\pi i$ (Hinweis: Verwenden Sie, dass π transzendent über $\mathbb{Q}$ ist.) (5)

(b) $K = \mathbb{R}, L = \mathbb{C}, \alpha = 2\pi i$ (5)

(c) $K = \mathbb{Q}, L = \mathbb{R}, \alpha = 1 + 2^{1/3}$ (5)

(d) $K = \mathbb{Q}, L = \mathbb{R}, \alpha$ sei die positive Nullstelle von $f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 3$. (5)

A2. Sei $f := x^3 + x + 1 \in \mathbb{Q}[x]$.

(a) Zeigen Sie, dass f irreduzibel ist. (4)

(b) Sei $L := K[\theta]$ der Stammkörper von f über $\mathbb{Q}$, wobei θ die durch die Konstruktion aus der Vorlesung gegebene Nullstelle von f ist. Sei $\alpha := \theta^2 + 1$.

(i) Bestimmen Sie das Minimalpolynom von α über $\mathbb{Q}$. (8)

(ii) Bestimmen Sie α^{-1} als Polynom in θ. Finden Sie also ein Polynom $g \in \mathbb{Q}[x]$, sodass $\alpha^{-1} = g(\theta)$. (8)

Abgabe bitte nur zu zweit am 27.1.2014 in der Übung. Beschriften Sie ihre Abgabe mit Namen und Matrikelnummer (oder SLC-Namen) beider Studenten. **Achten Sie auf einen ausreichenden Seitenrand für die Korrektur.**