

---

**Elemente der Algebra: Blatt 5**

---

- A1.** In dieser Aufgabe betrachten wir erneut die Gruppe  $\mathbb{W}$ , die Symmetriegruppe eines sechsseitigen Würfels. Wir wollen diese Gruppe wieder als Untergruppe von  $S_6$  auffassen.
- (a) Zeigen Sie, dass  $\mathbb{W}$  aus höchstens 24 Elementen besteht. (Hinweis: Hier führt vielleicht ein kombinatorisches Argument zum Ziel. Wie viele Seiten eines Würfels muss man festlegen, damit dieser bestimmt ist?) (5)
  - (b) Auf dem vorigen Blatt haben Sie die Rotationen genauer untersucht, die einen Würfel um eine Achse drehen, die durch die Mittelpunkte zweier gegenüberliegender Seiten geht. Es gibt noch zwei weitere Arten von Rotationsachsen. Finden Sie diese. Beschreiben Sie die neuen Rotationen als Elemente von  $S_6$ . (5)
  - (c) Bestimmen Sie nun alle Konjugationsklassen von  $\mathbb{W}$  und deren Mächtigkeit. Folgern Sie, dass  $\mathbb{W}$  aus 24 Elementen besteht. (10)
- A2.** Sei  $G = D_6$ ,  $H = \langle s \rangle \subseteq G$  und  $U = \langle r \rangle \subseteq G$ .
- (a) Bestimmen Sie sämtliche Links- und Rechtsnebenklassen von  $H$ , d.h. die Elemente von  $G/H$  und  $H \backslash G$ . (5)
  - (b) Bestimmen Sie für jedes Element aus  $U$  in welcher Rechtsnebenklasse von  $H$  es liegt. (5)
  - (c) Finden Sie ein Element  $g \in G$  mit  $gH \neq Hg$ . (5)