
Elemente der Algebra: Blatt 6

- A1.** (a) Sei G eine endliche Gruppe und H eine Untergruppe mit $(G : H) = 2$. Zeigen Sie, (5)
dass H ein Normalteiler von G ist.
- (b) Bestimmen Sie sämtliche Normalteiler von S_4 . (Hinweis: Benutzen Sie den Satz, dass (10)
 A_n von den 3-Zykeln erzeugt wird.)
- A2.** (a) Sei $G = D_6$.
- (i) Bestimmen Sie sämtliche Untergruppen von G . (6)
- (ii) Welche Untergruppen von G sind zueinander konjugiert? (6)
- (iii) Bestimmen Sie sämtliche Normalteiler von G . (6)
- (b) Sei $D_n = \langle r, s \rangle$ die Diedergruppe mit $2n$ Elementen¹. Sei H eine Untergruppe von (7)
 D_n die ein Element der Form sr^k für ein $k \in \mathbb{Z}$ enthält. Zeigen Sie: H ist isomorph
zu D_m für ein $m|n$.

Abgabe bitte nur zu zweit am Montag, 25.11.2013 in der Übung. Beschriften Sie ihre Abgabe mit Namen und Matrikelnummer (oder SLC-Namen) beider Studenten. **Achten Sie auf einen ausreichenden Seitenrand für die Korrektur.**

¹für $n = 1, 2$ ist die Definition etwas unklar. Es sei hier also $D_1 = \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ und $D_2 = \mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$.