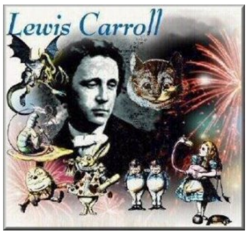


Universität Ulm
Irene Bouw
Michaela Eskin-Hämmerle

WS 13/14
Grundlagen der Mathematik
Blatt 2

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Fülle folgende Wahrheitstabelle aus.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \wedge B$	$A \wedge \neg B$	$(\neg A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B)$
w	w					
w	f					
f	w					
f	f					

Aufgabe 2 (2 + 2 = 4 Punkte)

Dies ist ein berühmtes Rätsel von Lewis Carroll.[1] Wichtig ist, dass du nur die angegebenen Informationen nutzt. Denke daran, dass „Känguru“ und „Katze“ zwei Bezeichnungen für die gleiche Tiergattung sein könnten, d.h. man darf nicht verwenden, dass Kängurus keine Katzen sind, solange man dies nicht aus den gegebenen Informationen gefolgert hat.

1) Die einzigen Tiere in diesem Hause sind Katzen.
2) Jedes Tier, das gern in den Mond starrt, ist als Schoßtier geeignet.
3) Wenn ich ein Tier verabscheue, gehe ich ihm aus dem Weg.
4) Es gibt keine fleischfressenden Tiere, die nicht bei Nacht jagen.
5) Es gibt keine Katze, die nicht Mäuse tötet.
6) Kein Tier mag mich, außer denen im Haus.
7) Kängurus sind nicht als Schoßtiere geeignet.
8) Nur fleischfressende Tiere töten Mäuse.
9) Ich verabscheue Tiere, die mich nicht mögen.
10) Tiere, die bei Nacht jagen, starren gerne in den Mond.

Wie verhalte ich mich gegenüber Kängurus?

a) Schreibe die Aussagen 1)-10) in Symbolschreibweise und gib die Verneinung an. Gehe dabei analog zu folgendem Beispiel vor:
Aussage: “Alle Wege führen nach Rom.”
Symbolschreibweise: x ist ein Weg $\Longrightarrow$ x führt nach Rom.
Verneinung: x führt nicht nach Rom $\Longrightarrow$ x ist kein Weg.

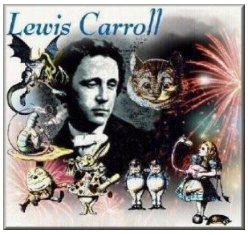
b) Folgere mit Hilfe von a) aus den Aussagen 1)-10) wie Lewis Carroll sich gegenüber Kängurus verhält.

[1] Lewis Carroll ist ein Pseudonym des englischen Mathematikers Charles Lutwidge Dodgson (1832-1898), der sich viel mit Logik beschäftigt hat. Berühmt wurde er allerdings durch sein Buch „Alice im Wunderland“.

“Why,” said the Dodo, “the best way to explain it is to do it.”
aus Alice im Wunderland von Lewis Carroll (1832-1898)

Universität Ulm
Irene Bouw
Michaela Eskin-Hämmerle

WS 13/14
Grundlagen der Mathematik
Blatt 2



Aufgabe 3 (4 Punkte)

Welche der nachstehenden Folgerungen gelten für die (beliebigen) Mengen M und N? Falls eine Folgerung nicht gilt, gib ein Gegenbeispiel an.

1) $M \setminus N = M \Longrightarrow M \cap N = \emptyset$
2) $M \setminus N = M \Longrightarrow N = \emptyset$
3) $M \setminus N = \emptyset \Longrightarrow M = \emptyset$
4) $M \setminus N = \emptyset \Longrightarrow M \subset N$

Aufgabe 4 (3 + 4 + 3 = 10 Punkte)

a) Gegeben sei die Zuordnungsvorschrift $f : \mathcal{P}(\{1, \ldots, n\}) \longrightarrow \{0, \ldots, n\}, \quad A \longmapsto |A|$ für $n \geq 2$.
   (1) Ist f eine Funktion?
   (2) Ist f injektiv?
   (3) Ist f surjektiv?

   Begründe deine Antwort.

b) Gegeben ist die Zuordnungsvorschrift $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto \frac{1}{x+1}$.
   (1) Begründe, warum f keine Funktion ist.
   (2) Finde Teilmengen M und N von $\mathbb{R}$, sodass $f : M \longrightarrow N, \quad x \longmapsto \frac{1}{x+1}$ eine Funktion ist.
   (3) Finde Teilmengen M und N von $\mathbb{R}$, sodass $f : M \longrightarrow N, \quad x \longmapsto \frac{1}{x+1}$ surjektiv ist.
   (4) Finde Teilmengen M und N von $\mathbb{R}$, sodass $f : M \longrightarrow N, \quad x \longmapsto \frac{1}{x+1}$ injektiv ist.

c) Sei $f : X \longrightarrow Y$ eine Funktion. Der Graph von f ist definiert als die Menge

$$\Gamma_f := \{(x, y) \in X \times Y \mid y = f(x)\}.$$

   Betrachte folgende Mengen:

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2 - 2x + 1\right\} \\ \Gamma_2 &= \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2 - 2y + 1\right\} \\ \Gamma_3 &= \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 1\right\}. \end{aligned}$$

   Für welche Γ_i existiert eine Funktion f_i, sodass Γ_i der Graph von f_i ist? Gib jeweils eine solche Funktion f_i an oder begründe, warum es keine gibt.

"Why," said the Dodo, "the best way to explain it is to do it."
AUS ALICE IM WUNDERLAND VON LEWIS CARROLL (1832-1898)