

Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra

Institut für Reine Mathematik

WS 2013 – Blatt 01

Abgabetermin: Mittwoch, 23.10.2013 um 16:15 Uhr vor Beginn der Übungen

1. Seien M, N, N_1, N_2 beliebige Mengen. Zeigen Sie:

(a) $(M \setminus N) \cap N = \emptyset$ (2 P)

(b) $M \cap (N_1 \cup N_2) = (M \cap N_1) \cup (M \cap N_2)$ (2 P)

2. Es sei M eine endliche Menge mit $\text{card } M = n$, und sei $\mathfrak{P}(M)$ die Potenzmenge von M . Zeigen Sie, dass es eine bijektive Abbildung zwischen $\mathfrak{P}(M)$ und $\{0, 1\}^n$ gibt und beweisen Sie mittels vollständiger Induktion dass $\text{card } \mathfrak{P}(M) = 2^n$ gilt. (3 P)

3. Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ gegeben durch $f(x, y) := (x + y, y)$. Sei

$$Q = \{(x, y) ; 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$$

(a) Zeichnen Sie Q und $f(Q)$. (2 P)

(b) Ist f injektiv, surjektiv bzw. bijektiv? Begründen Sie Ihre Antwort! (3 P)

4. Sei $M = \{1, 2, 3\}$, und seien $f, g : M \rightarrow M$ wie folgt gegeben:

$$f(1) = 1, \quad f(2) = 3, \quad f(3) = 2$$

$$g(1) = 2, \quad g(2) = 3, \quad g(3) = 1.$$

(a) Bestimmen Sie $f \circ g$ und $g \circ f$. (2 P)

(b) Für $n \in \mathbb{N}$ bezeichne $f^n := f \circ \dots \circ f$ (n -mal hintereinander ausgeführt). Bestimmen Sie jeweils das kleinste $n \in \mathbb{N}$, so dass $f^n = \text{id}_M$ bzw. $g^n = \text{id}_M$. Für welche $n \in \mathbb{N}$ gilt $f^n = g^n = \text{id}_M$ simultan? (3 P)

Das Griechische Alphabet

α	A	Alpha	ν	N	Ny
β	B	Beta	ξ	Ξ	xi
γ	Γ	Gamma	$\omicron$	O	Omikron
δ	Δ	Delta	π	Π	Pi
ϵ, ε	E	Epsilon	ρ	P	Rho
ζ	Z	Zeta	σ	Σ	Sigma
η	H	Eta	τ	T	Tau
θ, ϑ	Θ	Theta	υ	Υ	Ypsilon
ι	I	Jota	ϕ, φ	Φ	Phi
κ	K	Kappa	χ	X	Chi
λ	Λ	Lambda	ψ	Ψ	Psi
μ	M	My	ω	Ω	Omega

Schreiben Sie die folgenden griechischen Worte in lateinischer Schrift (nicht abgeben):

$\omega\rho\alpha$, $\tau\rho\iota\alpha$, $\kappa\alpha\phi\epsilon\varsigma$, $\epsilon\kappa\kappa\lambda\eta\sigma\iota\alpha$, $\beta\iota\beta\lambda\iota\omicron$, $\tau\alpha\beta\epsilon\rho\nu\alpha$, $\sigma\alpha\lambda\alpha\tau\alpha$ und $\pi\alpha\tau\alpha\tau\alpha$.