

Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra

Institut für Reine Mathematik

WS 2013 – Blatt 03

Abgabetermin: Mittwoch, 06.11.2013 um 16:15 Uhr vor Beginn der Übungen

1. Stellen Sie jeweils fest, ob die angegebenen Familien von Vektoren linear unabhängig sind und ob sie ein Erzeugendensystem darstellen.

(a) $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \subset \mathbb{R}^3$

(b) $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \right) \subset \mathbb{R}^3$

(c) $(X^2 + 1, X^2, X) \subset \mathbb{R}[X]$ Hierbei ist

$$\mathbb{R}[X] = \left\{ \sum_{k=0}^n a_k X^k ; n \in \mathbb{N}, a_k \in \mathbb{R} \right\}$$

der Vektorraum der Polynome über $\mathbb{R}$.

Hinweis: Zwei Polynome sind genau dann gleich, wenn ihre Koeffizienten gleich sind.

(6 P)

2. Überprüfen Sie jeweils, ob der Vektor v in $\langle S \rangle$ liegt, indem Sie v als Linearkombination der Elemente von S darstellen.

(a) $S := \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right), \quad v := \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

(b) $S := (X^2 + 1, X^2, X) \subset \mathbb{R}[X], \quad v := X^2 + X + 2$

(4 P)

3. Gegen welche Elemente der Basis

$$S := \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

kann man die Vektoren

(a) $v_1 := \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

(b) $v_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(c) $v_3 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(d) $v_4 := \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

austauschen?

(4 P)