

Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra

Institut für Reine Mathematik

WS 2013 – Blatt 13

Abgabetermin: Mittwoch, 29.1.2014 um 16:15 Uhr vor Beginn der Übungen

1. Es seien $A \in M(n \times n, K)$ und $B \in M(m \times m, K)$ Matrizen. Weiter sei

$$C := \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}$$

eine Blockmatrix.

- (a) Es sei $f = L(C)$, die zu C gehörige lineare Abbildung. Welche Eigenschaft erfüllt f aufgrund der Struktur von C ? (4 P)
- (b) Zeigen Sie, dass $m(C, X) = m(A, X) \cdot m(B, X) / \gcd(m(A, X), m(B, X))$ gilt, wobei $\gcd(p, q)$ das normierte Polynom größten Grades ist, dass sowohl p als auch q teilt. (4 P)
2. (a) Bestimmen Sie das Minimalpolynom zu

$$J_{\lambda, n} = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda \end{pmatrix} \in M(n \times n, K) .$$

(4 P)

- (b) Es seien $n_1, \dots, n_k \in \mathbb{N}$ und $\lambda_1, \dots, \lambda_k \in \mathbb{R}$ mit $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_k$. Bestimmen Sie das Minimalpolynom zu

$$J = \begin{pmatrix} J_{\lambda_1, n_1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & J_{\lambda_2, n_2} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & J_{\lambda_{k-1}, n_{k-1}} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & J_{\lambda_k, n_k} \end{pmatrix}$$

(4 P)

3. Trigonalisieren Sie die Matrix

$$\begin{pmatrix} -5 & 10 & 17 \\ -14 & 26 & 43 \\ 6 & -11 & -18 \end{pmatrix} .$$

(4 P)