

Diophantische Gleichungen: Blatt 12

Stefan Wewers

Michael Eskin

Abgabe: 20.01.2015, vor der Übung

Hinweis zur Abgabe der Übungsblätter: Die Übungsaufgaben sollen in Dreiergruppen abgegeben werden!

Aufgabe 1 (8+2 Punkte)

Sei E die elliptische Kurve gegeben durch die affinen Gleichung

$$Y^2 = X^3 + 1.$$

- (a) Bestimmen Sie alle reellen Punkte auf E der Ordnung 3.
- (b) Fertigen Sie eine Skizze von $E(\mathbb{R})$ an und zeichnen Sie die Punkte der Ordnung 3 aus (a) und ihre Tangenten ein.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Sei E die elliptische Kurve gegeben durch die affine Gleichung

$$Y^2 = X^3 + 4X.$$

Bestimmen Sie die Gruppe $E(\mathbb{Q})_{\text{tor}}$ der rationalen Punkte endlicher Ordnung.

Hinweis: Benutzen Sie den Satz von Nagell-Lutz.