

Diophantische Gleichungen: Blatt 13

Stefan Wewers

Michael Eskin

Abgabe: 27.01.2015, vor der Übung

Hinweis zur Abgabe der Übungsblätter: Die Übungsaufgaben sollen in Dreiergruppen abgegeben werden!

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Sei p eine Primzahl. Bestimmen Sie alle rationalen Punkte endlicher Ordnung der Kurve

$$E : y^2 = x^3 + px.$$

Aufgabe 2 (2+4+4 Punkte)

In dieser Aufgabe bestimmen wir alle reellwertigen Punkte der Ordnung 4 auf

$$E : y^2 = x^3 + x.$$

- (a) Zeigen Sie, dass es genau einen reellwertigen Punkt der Ordnung 2 gibt.
- (b) Sei $P = (x_0, y_0) \in E$ ein Punkt auf E mit $y_0 \neq 0$. Zeigen Sie, dass die x -Koordinate von $2 \cdot P$ gegeben ist durch

$$x(2 \cdot P) = \frac{x_0^4 - 2x_0^2 + 1}{4(x_0^3 + x_0)}.$$

- (c) Benutzen Sie (a) und (b) um alle reellwertigen Punkte der Ordnung 4 zu bestimmen.