

Diophantische Gleichungen: Blatt 7

Stefan Wewers

Michael Eskin

Abgabe: 02.12.2014, vor der Übung

Hinweis zur Abgabe der Übungsblätter: Die Übungsaufgaben sollen in Dreiergruppen abgegeben werden!

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass folgende Bedingungen an eine rationale Zahl $b \in \mathbb{Q}^*$ äquivalent sind:

- (i) b ist von der Form $b = x^2 - 2y^2$ mit $x, y \in \mathbb{Q}$
- (ii) $2 \mid v_p(b)$ für alle Primzahlen p mit $p \equiv \pm 3 \pmod{8}$.

Hinweis: Untersuchen Sie für alle $p \in \mathbb{P} \cup \{\infty\}$ die Bedingung an b :

$$\left(\frac{b, 2}{p}\right) = 1.$$

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass die diophantische Gleichungen

$$(X^2 - 13Y^2)(X^2 - 17Y^2)(X^2 - 13 \cdot 17Y^2) = 0$$

nichttriviale Lösungen in \mathbb{R} und \mathbb{Q}_p für alle p besitzt, aber keine nichttriviale Lösung in \mathbb{Q} .