

# Elemente der Algebra: Blatt 9

Irene Bouw  
Michael Eskin

**Abgabe:** 15.12.2014, vor der Übung

**Hinweis zur Abgabe der Übungsblätter:** Die Übungsaufgaben sind zu zweit abzugeben. Einzelabgaben sind nur im Ausnahmefall gestattet!

## **Aufgabe 1** (*2+2+2+2 Punkte*)

Bestimmen Sie in den folgenden Teilaufgaben die Anzahl der echt verschiedenen Möglichkeiten:

- (a) 6 Kerzen bestehend aus 3 Farben auf einen Kuchen anzuordnen.
- (b) 6 Gäste an einem runden Tisch anzuordnen.
- (c) Die Seiten eines Würfels mit 3 verschiedenen Farben anzumalen.
- (d) Die Seiten eines Würfels derart anzumalen, dass genau 3 weiß und 3 schwarz sind.

## **Aufgabe 2** (*2 Punkte*)

Benutzen Sie den Satz von Cayley um eine Untergruppe  $H \subset S_8$  zu finden mit  $Q \simeq H$ . (Es genügt zwei Erzeuger anzugeben.)

**Hinweis:**  $Q$  ist in Blatt 4 Aufgabe 1 definiert.

## **Aufgabe 3** (*Bonusaufgabe: 1+1+1+1 Punkte*)

Sei  $G$  eine Gruppe und  $H$  eine Untergruppe vom endlichen Index  $d$ .

- (a) Zeigen Sie, dass die Linksmultiplikation eine Gruppenwirkung

$$\tau : G \rightarrow S(G/H) \simeq S_d$$

auf der Menge der Linksnebenklassen definiert.

- (b) Zeigen Sie, dass  $G_{eH} = H$ .
- (c) Sei nun  $H$  ein Normalteiler. Zeigen Sie, dass  $\ker(\tau) = H$ .
- (d) Wieso kann  $\ker(\tau) = H$  nicht gelten, wenn  $H$  kein Normalteiler ist?