



## Übungsblatt 1

### Lineare Algebra

Die Abgabe ist möglich bis spätestens 10 Uhr am 27.10.2014 im Briefkasten vor H3.

Melden Sie sich im SLC an.

Geben Sie die Übungsblätter in Zweiergruppen ab.

Vergessen Sie nicht Ihre Namen auf das Übungsblatt zu schreiben.

In der Übung am 29. Oktober werden die Aufgaben von diesem Blatt besprochen.

In der Übung am 5. November erhalten Sie ihre korrigierten Blätter zurück.

»Everything is vague to a degree you do not realize till you have tried to make it precise.«

— *Bertrand Russel*

#### Aufgabe 1 (*Ebene Geometrie*)

(2+6+2)

Seien  $P = (-3, -1)$ ,  $Q = (1, 2)$  Punkte in  $\mathbb{R}^2$  und  $L$  die Gerade durch diese Punkte.

(a) Beschreiben Sie  $L$  in Parameterform.

(b) Wir betrachten nun zusätzlich die Geraden

$$L_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \mid s \in \mathbb{R} \right\}, \quad L_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid -3x + 4y = -11 \right\}.$$

Bestimmen Sie die Schnittpunkte von  $L$  mit  $L_1$  und  $L_2$ .

(c) Skizzieren Sie die Lage von  $P$ ,  $Q$ ,  $L$ ,  $L_1$  und  $L_2$  in einer Zeichnung.

#### Aufgabe 2 (*Lineare Gleichungssysteme*)

(4+2+6)

In dieser Aufgabe betrachten wir die folgenden Matrizen und Vektoren:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & 1 \\ 1 & 1 & \alpha \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Bringen Sie  $A$  und  $B$  auf Zeilenstufenform.

(b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge  $\text{Lös}(A, b)$ .

(c) Bestimmen Sie die Lösungsmenge  $\text{Lös}(B, d)$  in Abhängigkeit von  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Geben Sie die Lösungsmenge in parametrisierter Form an.

#### Aufgabe 3 (*Zeige oder Widerlege*)

(3+3+2)

Geben Sie für die folgenden Aussagen jeweils entweder einen Beweis oder ein Gegenbeispiel an.

(a) Ist  $m \leq n$  und  $A$  eine  $m \times n$ -Matrix in Zeilenstufenform, so besitzt  $A$  höchstens  $m$  Pivots.

(b) Ist  $A$  eine  $n \times n$ -Matrix in Zeilenstufenform mit  $n$  Pivots, so ist das Gleichungssystem  $Ax = b$  für jedes  $b \in \mathbb{R}^n$  lösbar.

(c) Es gibt eine  $2 \times 2$ -Matrix  $A$  und einen Vektor  $b \in \mathbb{R}^2$ , so dass  $x_1 = (1, 2)$ ,  $x_2 = (2, -1)$  und  $x_3 = (-3, -4)$  Lösungen von  $Ax = b$  sind.