Prof. Dr. E. Spodarev / W. Karcher

SS 2011
22.06.2011

Übungen zu Ökonometrie - Blatt 7

(Abgabe: Mittwoch, 06.07.2011, vor den Übungen)

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Im Kapitel 3.2 des R-Skriptes wird beschrieben, wie eine eigene Funktion in R definiert werden kann. Schreibe in R Funktionen für die Spectraldichte eines

(a) MA(2)-Prozesses mit $\alpha_1 = 1/2$, $\alpha_2 = 1/3$, $\sigma^2 = 1$,

(b) AR(3)-Prozesses mit $\beta_1 = 1/2$, $\beta_2 = 1/3$, $\beta_3 = 1/4$, $\sigma^2 = 1$,

(c) ARMA(2,3)-Prozesses mit den Parametern aus Teil (a) und (b),

und plotte die Spektraldichten in (a)–(c) mit dem Befehl

```
plot(Funktionsname, xlim=c(-10,10)).
```

Aufgabe 2 (14 Punkte)

Auf der Homepage der Vorlesung befindet sich die Datei `bier.dat` mit Daten über die monatliche Bierproduktion einer Bierbrauerei zwischen Januar 1998 und Dezember 2001.

(a) Lese den Datensatz ein und wandle ihn in ein Zeitreihenobjekt um: (3)

```
> daten <- read.table(...)
> bier <- ts(daten, start=1998, frequency=12)
```

Plotte die Zeitreihe mit

```
> plot(bier)
```

(b) Wir betrachten nun das Modell (2)

$$Z_t = T_t + S_t + X_t,$$

wobei $T_t = \beta_1 + \beta_2 t + \beta_3 t^2$ als Trend und $S_t = \beta_4 \sin(2\pi t)$ als saisonaler Anteil verwendet wird. Macht diese Modellannahme Sinn?

(c) Verwende die R-Funktion `lm()`, um die Koeffizienten β_1,..., β_4 zu schätzen: (4)

```
> t <- time(bier)
> lm.bier <- lm(bier ~ 1+t+I(t^2)+sin(2*pi*t))
```

Interpretiere den Output nach Anwendung der Funktion `summary()`.

(d) Wir extrahieren nun den (hoffentlich) stationären Anteil X_t der Zeitreihe: (2)

```
> X <- lm.bier$residuals
```

Mit Hilfe von

$$\hat{R}(s) := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-s} X_t X_{t+s}, \quad s \in 0, 1, ..., n-1$$

und

$$\hat{B}(s) := \frac{\hat{R}(s)}{\hat{R}(0)}, \quad s \in 0, ..., n-1$$

lassen sich die (Auto-)kovarianzfunktion und die (Auto-)korrelationsfunktion schätzen.

Die R-Funktion `acf()` (`help(acf)`) führt eine solche Schätzung durch. Bei der Ausgabe wird hierbei der Wert von s mit "Lag" bezeichnet. Die Höhe der Balken entspricht dem Wert der (Auto-)Kovarianz- bzw. (Auto-)Korrelationsfunktion. Verwende `acf()`, um die (Auto-)Korrelationsfunktion von `X` zu schätzen und interpretiere das Ergebnis. (Hinweis: Alle Balken, die bei der Schätzung in Teil (d) zwischen den zwei blau-gestrichelten Geraden liegen, können als "von 0 nicht signifikant verschieden" angesehen werden)

(e) Warum könnte im Hinblick auf die (Auto-)Korrelationsfunktion ein $MA(q)$-Prozess zur Modellierung von X_t Sinn machen? Welche Ordnung q sollte ein solcher $MA(q)$-Prozess haben? (Hinweis: Alle Balken, die bei der Schätzung in Teil (d) zwischen den zwei blau-gestrichelten Geraden liegen, können als "von 0 nicht signifikant verschieden" angesehen werden) (2)

(f) Schätze die Spektraldichte der Residuen `X` mit der R-Funktion (1)

```
spectrum(X, method=''ar'')
```

Aufgabe 3 (13 Punkte)

Auf der Homepage der Vorlesung befindet sich die Datei `flug.dat` mit Daten über die durchschnittlichen monatlichen Passagierzahlen pro Flugzeug einer Fluggesellschaft zwischen Januar 1990 und Dezember 1993. Analysiere den Datensatz analog zu Aufgabe 2 mit $S_t = \sin(2\pi t - \frac{\pi}{2})$ und $T_t = \ln(t - 1989)$.

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Es sei $(\varepsilon_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ eine Folge von unabhängigen $N(0,\sigma^2)$-verteilten Zufallsgrößen, wobei $\sigma^2 > 0$ gilt. Außerdem sei $(\gamma_i)_{i\geq 0}$ eine Folge reeller Zahlen mit $\gamma_0 = 1$ und $\sum_{i=0}^{\infty} \gamma_i^2 < \infty$. Zeige, dass $X_t := \sum_{i=0}^{\infty} \gamma_i \varepsilon_{t-i}$ für alle $t \in \mathbb{Z}$ eine $N\left(0, \sigma^2 \sum\limits_{i=0}^{\infty} \gamma_i^2\right)$-verteilte Zufallsgröße ist. (Hinweis: Die Aussage kann (auch) mit charakteristischen Funktionen gelöst werden (vgl. WR-Skript WS2007/2008, S. 108 ff.))