Prof. Dr. E. Spodarev / W. Karcher

SS 2011
6.7.2011

Übungen zu Ökonometrie - Blatt 8

(Abgabe: Donnerstag, 13.7.2011, vor den Übungen)

Aufgabe 1 (12 Punkte)

Es seien $\sigma^2 > 0$, $\alpha_1 \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ und $(\varepsilon_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ eine Folge unabhängiger $N(0,\sigma^2)$-verteilter Zufallsgrößen. Wir definieren einen $MA(1)$-Prozess $X \equiv (X_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ mittels

$$X_t := \varepsilon_t + \alpha_1\varepsilon_{t-1}, \quad t \in \mathbb{Z}.$$

Es bezeichne $K(t)$, $t \in \mathbb{Z}$, die Kovarianzfunktion von X.

(a) Verifiziere die Gültigkeit von (5)

$$\begin{aligned} K(0) &= \sigma^2\left(1+\alpha_1^2\right) \\ K(1) &= \sigma^2\alpha_1. \end{aligned}$$

Wir fassen nun für bekannte $K(0)$ und $K(1)$ dieses Gleichungssystem als ein Gleichungssystem für (σ^2, α_1) auf. Berechne die zwei Lösungen des Gleichungssystems.

(b) Seien $(\sigma_1^2, (\alpha_1)_1)$ und $(\sigma_2^2, (\alpha_1)_2)$ die beiden Lösungen des Gleichungssystems. (4)
Wir nehmen an, dass $(\sigma_1^2, \alpha_1) = (\sigma_1^2, (\alpha_1)_1)$ die wahren Parameter sind und definieren

$$\varepsilon_t' := \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\varepsilon_t$$

sowie

$$X_t' := \varepsilon_t' + (\alpha_1)_2\varepsilon_{t-1}', \quad t \in \mathbb{Z}.$$

Berechne den Erwartungswert und die Kovarianzfunktion von $X' \equiv (X_t')_{t\in\mathbb{Z}}$ und zeige damit, dass die beiden Größen mit denen von X übereinstimmen.

(c) In Aufgabe 3 auf dem letzten Übungsblatt wird aufgrund der dort geschätzten Korrelationsfunktion ein $MA(1)$-Prozess als geeignetes Modell herangezogen. Die Autokorrelationsfunktion wurde mit dem Befehl (3)

```
> acf(res)
```

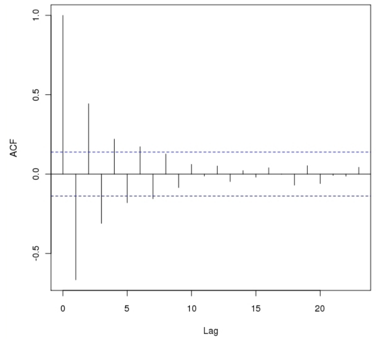
geschätzt (vgl. das R-Skript `flug.R` auf der Homepage). Verwende den Befehl

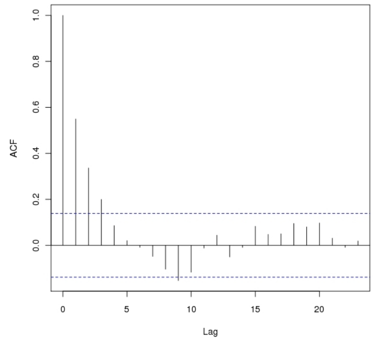
```
> acf(res, type=“covariance”)
```

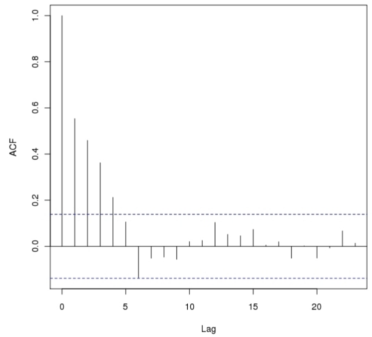
um die Kovarianzfunktion zu schätzen, lese die Werte $\hat{K}(0)$ und $\hat{K}(1)$ aus dem Schaubild ab und schätze damit α_1 und σ^2.

Aufgabe 2 (9 Punkte)

Gegeben seien die Korrelationsfunktionen folgender Zeitreihen mit $\mathbb{E}\varepsilon_t^2 = \sigma^2 = 1$.







Es sei bekannt, dass zwei der Zeitreihen AR(1)-Prozesse sind und eine ein MA(q)-Prozess ist. Entscheide, welche Schaubilder am ehesten zu den AR(1)-Prozessen gehören und welches Schaubild zum MA(q)-Prozess passt. Bestimme im Falle eines AR(1)-Prozesses den Koeffizienten durch Ablesen aus dem Schaubild und im Falle eines MA(q)-Prozesses die Ordnung q.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Auf der Homepage befindet sich ein Datensatz einer Zeitreihe, bei der der Trend und die saisonale Komponente schon herausgefiltert wurden. Lese die Daten ein und passe ein $ARMA(2,3)$-Modell mittels

```
> arima(daten, order=c(2,0,3))
```

an die Daten an. Interpretiere den Output.