Dr. Katharina Best
Sommersemester 2011
30. Juni 2011

ulm university universität uulm

Praktikumsaufgaben 9

WiMa-Praktikum

Aufgabe 1 Ben, Tim, Max und Jan spielen mit einem Ball. Alle vier haben den Ball zu Beginn mit gleicher Wahrscheinlichkeit und in jeder Runde knnen sie entscheiden ob sie den Ball behalten oder zu einem Mitspieler passen. Tim und Jan werfen den Ball sofort mit gleicher Wahrscheinlichkeit einem der jeweils drei anderen Spieler zu. Ben und Max hingegen geben den Ball nicht mehr her sobald sie ihn einmal bekommen haben.
Modellieren Sie das Spiel als Markovkette. Ändern sich die Wahrscheinlichkeiten der Spieler den Ball nach der zehnten Runde zu haben, wenn Ben und Tim mit $p = 0.5$ mit dem Ball starten? Hat die Markovkette eine stationäre Verteilung?
Auf Druck ihrer Mitspieler ändern Ben und Max nun ihre Spielweise und passen den Ball mit jeweils 50-prozentiger Wahrscheinlichkeit zu Tim und Jan.
Beantworten Sie obige Fragen für das neue Szenario.

Aufgabe 2 Konstuieren Sie einen Metropolis-Hastings Algorithmus der gegen die Verteilung $\pi = (0.1, 0.3, 0.2, 0.4)$ konvergiert. Wie können Sie entscheiden, wann die stationäre Verteilung erreicht ist? Analysieren Sie die Güte der Simulation graphisch und mittels des Kolmogorow-Smirnow-Tests.

Aufgabe 3 Kongruenzgeneratoren bilden eine einfache Klasse von Algorithmen zur Erzeugung von Pseudozufallszahlen mittels der Gleichung $X_{n+1} \equiv (aX_n + c)(mod m)$. Ihre Güte hängt dabei stark von den Parametern ab. Implementieren Sie einen Kongruenzgenerator mit den Parametern $X_0 = 4, a = 77, c = 4, m = 1023$. Was können Sie über dessen Güte sagen? Verwenden Sie die so erzeugten Zahlen zur Berechnung von $U \sim \mathcal{U}(0, 1)$ im Algorithmus von Aufgabe 2 und wiederholen Sie damit die Simulation. Vergleichen Sie die beiden Simulationen. Verwenden Sie dazu auch die Autokorrelationsfunktion (acf()).