



Angewandte Stochastik I - Blatt 1

Abgabe: 26. April vor Beginn der Übung

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Sei $\Omega = \{1, 3, 4, 7\}$. Welche der folgenden Mengen ist eine σ -Algebra auf Ω ? Begründe deine Aussage.

- (a) $\mathcal{F} = \{\emptyset, \Omega, \{1, 4\}, \{3\}, \{7\}\}$
- (b) $\mathcal{F} = \{\emptyset, \Omega, \{1, 4\}, \{3, 7\}\}$
- (c) $\mathcal{F} = \{\emptyset, \Omega, \{1\}, \{4\}, \{1, 4\}, \{3, 7\}, \{1, 3, 7\}, \{3, 4, 7\}\}$

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Betrachte folgende Ereignisse bzgl. der Preisentwicklung von Superbenzin nach einem Jahr:

- $A =$ „Der Preis ist nach einem Jahr um mehr als 30 Prozent gestiegen“.
- $B =$ „Der Preis ist nach einem Jahr gestiegen, aber nur maximal um 30 Prozent“.
- $C =$ „Der Preis ist nach einem Jahr nicht gestiegen“.

Die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A , B , und C seien bekannt und gegeben durch $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.55$ und $P(C) = 0.05$. Erläutere folgende Ereignisse in Worten und berechne ihre Wahrscheinlichkeiten:

- (a) C^c
- (b) $A \cup B$
- (c) $A^c \cup C$
- (d) $B \cap C$

Hinweis: Das Wahrscheinlichkeitsmaß P besitzt folgende Eigenschaften:

- $P(M^c) = 1 - P(M)$
- $P(M_1 \cup M_2) = P(M_1) + P(M_2) - P(M_1 \cap M_2)$, insbesondere
- $P(M_1 \cup M_2) = P(M_1) + P(M_2)$, falls $M_1 \cap M_2 = \emptyset$

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Zeige, dass für beliebige Teilmengen A, B, C eines Grundraumes Ω die folgenden Identitäten gelten:

- (a) Assoziativität der symmetrischen Mengendifferenz:

$$(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$$

- (b) $\Omega = ((A \cup (B^c \cap A^c))^c \cap C)^c \cup B$
- (c) $\emptyset = (A \setminus C) \cap (B^c \cup A)^c \setminus B$

Hinweise

- Die Übungsblätter bitte in Gruppen von je zwei Studenten abgeben.
- Die Übungsblätter sollten jeweils **vor** der entsprechenden Übung am Freitag bis 11:15 Uhr abgegeben werden.
- Die Tutorien finden nächste Woche das erste Mal statt. Die genauen Zeiten sowie die Einteilung der Gruppen werden bis Freitag, 19. April auf der Homepage bekanntgegeben. Es wird aller Voraussicht nach nicht möglich sein für alle Studenten einen passenden Termin zu finden, da ich nicht beliebige Kapazitäten für Räume und Tutoren zur Verfügung habe. Ich bitte daher um Verständnis.
- Um an der Klausur teilnehmen zu können müssen mindestens 50 % der Übungspunkte erreicht werden.
- Bei fragen bin ich per e-Mail (stefan.roth@uni-ulm.de) oder persönlich (He18, Raum 1.45) erreichbar.