Prof. Dr. Evgeny Spodarev
Dipl.-Math. Stefan Roth

SS 2013
03.05.2013

Angewandte Stochastik I - Blatt 3

Abgabe: 10. Mai vor Beginn der Übung

Aufgabe 1 (12 Punkte)

Betrachte das zweimalige Würfeln, d.h. $\Omega = \{(x_1, x_2);\ x_1, x_2 \in \{1, \dots, 6\}\}$. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

(a) die erste Zahl kleiner ist als die zweite,

(b) das Produkt der Zahlen gerade ist

Untersuche nun die folgenden Ereignisse auf Unabhängigkeit (mittels der Definition):

(c) „die erste Zahl ist größer als 3“ und „die Summe der beiden Zahlen ist 7“,

(d) „die Summe ist durch 3 teilbar“ und „die Summe ist durch 5 teilbar“ und „die Summe ist gerade“ - betrachte sowohl die paarweise Unabhängigkeit als auch die Unabhängigkeit aller 3 Ereignisse.

Hinweis: Die Ereignisse $A_1, \dots, A_n$ heißen

- unabhängig, falls $P(A_1 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdots P(A_n)$.
- paarweise unabhängig, falls $P(A_i \cap A_j) = P(A_i)P(A_j)$ für alle $i \neq j$.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Eine Münze wird dreimal geworfen, wobei „Zahl“ mit Wahrscheinlichkeit p und „Kopf“ mit Wahrscheinlichkeit $1 - p$ erscheint. Betrachte die Ereignisse

$$A = \{\text{höchstens einmal Kopf}\} \quad \text{und} \quad B = \{\text{alle drei Würfe sind gleich}\}.$$

(a) Bestimme die Wahrscheinlichkeiten von A und B.

(b) Für welche Werte von $p \in [0, 1]$ sind A und B unabhängig?

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Sei $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ein beliebiger Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B \in \mathcal{F}$. Zeige:

$$P(A \cap B) - P(A)P(B) = P(A^c)P(B) - P(A^c \cap B)$$