Prof. Dr. Evgeny Spodarev
Dipl.-Math. Stefan Roth

SS 2013
31.05.2013

Angewandte Stochastik I - Blatt 7

Abgabe: 7. Juni 2013 vor Beginn der Übung

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Es seien $A_1, \dots, A_n$ in ihrer Gesamtheit unabhängige Ereignisse mit Wahrscheinlichkeiten $p_1, \dots, p_n$.

(a) Zeige, dass dann die Ereignisse $A_1^c, \dots, A_n^c$ unabhängig sind.

(b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit für $A_1 \cup \dots \cup A_n$ mit und ohne Siebformel[1].

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Ein Würfel wird n-mal geworfen. Bestimme für die folgenden Zufallsvariablen $X, Y : \Omega \to \{1, \dots, 6\}$ jeweils die Verteilungsfunktion.

(a) $X(\omega) := \max\limits_{i=1,\dots,n} \omega_i$, $\omega \in \Omega$.

(b) $Y(\omega) := \min\limits_{i=1,\dots,n} \omega_i$, $\omega \in \Omega$.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Eine Nadel wird an einer zufälligen Stelle in einen Kreis mit Radius $r > 0$ und Mittelpunkt M gestochen. Gib für die folgenden Zufallsvariablen eine mathematische Definition und bestimme jeweils die Verteilungsfunktion.

(a) Der Abstand D des Einstichpunktes zum Kreismittelpunkt M.

(b) Der Inhalt A der Kreisfläche um M mit Radius D.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Für welche Wahl von $c \in \mathbb{R}$ ergibt sich für die folgenden Funktionen $p : \mathbb{N} \to [0, \infty)$ eine Zähldichte (Wahrscheinlichkeitsfunktion)? Begründe deine Antwort, falls es kein solches c gibt.

(a) $p(i) = i \cdot c$

(b) $p(i) = 3 \cdot c^i$

[1] Siebformel: $B_1, \dots, B_n \in \mathcal{F}$,

$$P\Big(\bigcup_{i=1}^n B_i\Big) = \sum_{i=1}^n (-1)^{i-1} \sum_{1 \le k_1 < \dots < k_i \le n} P\Big(\bigcap_{j=1}^i B_{k_j}\Big)$$

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Betrachte 10^7 Personen, die Lotto (6 aus 49) spielen. Wir nehmen an, dass jede Person auf genau eine Kombination tippt, wobei alle Kombinationen gleichwahrscheinlich seien. Insbesondere, gibt es keine Lieblingsnummern. Außerdem seien die Tipps der verschiedenen Personen unabhängig voneinander. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine Person 6 Richtige hat

(a) exakt.

(b) mit Hilfe der Poisson-Approximation.