



Prof. Dr. Evgeny Spodarev
Dipl.-Math. Stefan Roth

SS 2013
07.06.2013

Angewandte Stochastik I - Blatt 8

Abgabe: 14. Juni 2013 vor Beginn der Übung

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Für welche Werte von c sind folgende Funktionen $f_c : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine Dichte? Begründe deine Antwort, falls kein solches c existiert.

- (a) $f_c(x) = (c + x)\mathbb{I}_{[-1,1]}(x)$.
- (b) $f_c(x) = c(2 + \cos(x))\mathbb{I}_{[0,\pi]}(x)$.

Aufgabe 2 (14 Punkte)

Die Zufallsvariable X sei geometrisch verteilt mit Parameter $p \in (0, 1)$, d.h.

$$P(X = k) = p(1 - p)^{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots$$

- (a) Überprüfe ob $p_k(X) := P(X = k)$ wirklich eine Wahrscheinlichkeitsfunktion ist.
- (b) Bestimme Erwartungswert und Varianz von X .
- (c) Bestimme die Verteilungsfunktion von X . Gib dabei explizit eine Formel an!
- (d) Zeige die Gedächtnislosigkeit der geometrischen Verteilung, d.h. zeige, dass $P(X = n + k | X > n) = P(X = k)$, für $n, k = 1, 2, \dots$
- (e) Bestimme $P(k \leq X \leq l)$ für $k, l \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ mit $k \leq l$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei X eine auf $[0, 1]$ gleichverteilte Zufallsvariable und $Y := -\log(X)$.

- (a) Bestimme die Dichte von Y .
- (b) Berechne Erwartungswert und Varianz von Y .

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Sei $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ eine Zufallsvariable mit $E(X^2) < \infty$. Zeige folgende Aussage¹:

$$\text{Var}(X) = 0 \Leftrightarrow P(X = EX) = 1.$$

¹Hinweis: Für eine Zufallsvariable Y mit $P(Y \geq 0) = 1$ und $EY = 0$ gilt $P(Y = 0) = 1$.