



Angewandte Stochastik I - Blatt 8 Musterlösung Aufgabe 4

Z.z.: $Var(X) = 0 \Leftrightarrow P(X = EX) = 1$

Beweis: „ \Rightarrow :“ Gelte $Var(X) = 0$. Definiere $Y := (X - EX)^2$, dann gilt

- $Y \geq 0$
- $EY = E(X - EX)^2 = Var(X) = 0$

Damit folgt mit dem Hinweis:

$$1 = P(Y = 0) = P((X - EX)^2 = 0) = P(X - EX = 0) = P(X = EX).$$

„ \Leftarrow :“ Gelte $P(X = EX) = 1$. Dann gilt mit Y wie oben

$$1 = P(X = EX) = P(X - EX = 0) = P((X - EX)^2 = 0) = P(Y = 0)$$

und damit $Var(X) = EY = 0$.