Prof. Dr. Evgeny Spodarev
Dipl.-Math. Stefan Roth SS 2013

Zufallsfelder II
Übungsblatt 3

Besprechung: Freitag, 31. Mai 2013, 12:15 Uhr

Aufgabe 1

Sei $X = \{X(t),\ t \in \mathbb{R}\}$ ein zufälliges Polynom mit $X(t) = Y_0 + Y_1 t + \cdots + Y_n t^n$ und $Y_i \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(0,1)$, $i = 0, \ldots, n$. Bestimme Erwartungswert, Varianz, Kovarianzfunktion und charakteristische Funktion von $X(t)$.

Aufgabe 2

Betrachte ein zufälliges Polynom $P = \{P(x),\ x \in \mathbb{R}\}$ gegeben durch

$$P(x) = \frac{1}{4}cx^2 + bx + c,$$

wobei b, c i.i.d. Zufallsvariablen seien. Berechne den Erwartungswert der Anzahl der reellen Nullstellen von P, falls

(a) $b, c \sim N(0,1)$.

(b) $b, c \sim Exp(\lambda)$, $\lambda > 0$.

(c) $b, c \sim U([0,1])$.

Aufgabe 3

Bestimme die Dichtefunktion des (zufälligen) lokalen Extremwertes H des zufälligen Polynoms P aus Aufgabe 2.

Aufgabe 4

Berechne den Erwartungswert $EP(x)$ sowie die Varianz $VarP(x)$ an einer Stelle $x \in \mathbb{R}$ des zufälligen Polynoms P aus Aufgabe 2. An welcher Stelle $x \in \mathbb{R}$ ist die Varianz minimal?