



Zufallsfelder II Übungsblatt 6

Besprechung: Freitag, 12. Juli 2013, 12:30 Uhr

Aufgabe 1

Zeige, dass die Ungleichung von Slepian im Allgemeinen nicht mehr gilt, falls man $\sup_{t \in T} X(t)$ durch $\sup_{t \in T} |X(t)|$ ersetzt.

Aufgabe 2

Sei X ein zentrierter und beschränkter Gauß'scher Prozess auf einer kompakten Menge T und sei Y eine Gauß'sche Zufallsvariable mit $EY = 0$ und $\sigma^2 = E(Y^2)$, sodass die Familie $\{Y, X(t); t \in T\}$ ein Gauß'scher Prozess ist. Definiere den Prozess Z durch $Z(t) = X(t) - (1 + a_t)Y$, $t \in T$, mit

$$a_t = \frac{E[(X(t) - Y)Y]}{\sigma^2}.$$

Zeige, dass dann $E(\sup_{t \in T} Z(t)) \leq E(\sup_{t \in T} X(t))$.

Aufgabe 3

Sei $X = \{X(t); t \in T\}$ ein zentrierter Gauß'scher Prozess mit Kovarianzfunktion $C(h) = \frac{1}{1 + \frac{|h|}{a}}$, $a > 0$. Zeige¹, dass es dann ein $\varepsilon_0 \in [0, 1]$ und ein $\alpha > 0$ gibt, mit

$$P(\sup_{t \in T} X(t) \geq u) \leq \left(\frac{KAu}{\sqrt{\alpha}} \right)^\alpha \psi(u)$$

für ein $A > 1$ und alle $u \geq \frac{1 + \sqrt{\alpha}}{\varepsilon_0}$. Hierbei bezeichnet ψ die Tailfunktion der Standardnormalverteilung. Gib eine mögliche Wahl für A , α und ε_0 explizit an.

¹Verwende Theorem 3.1.14.