

1. Übungsblatt
Abgabe: 9. Mai, 10:15

Hinweise:

- Die Übungsblätter können in Gruppen von ein bis drei Studierenden abgegeben werden.
- Die Übungsblätter müssen jeweils **vor** der entsprechenden Übung am Freitag bis 10:15 Uhr abgegeben werden.
- Zur Verbuchung der Übungspunkte ist eine Anmeldung im slc (<https://slc.mathematik.uni-ulm.de>) erforderlich.
- Um an der Klausur teilnehmen zu können, müssen mindestens 50 % der Übungspunkte erreicht werden.

Aufgabe 1: Ereignisräume
(3 Punkte)

Gib für folgende Versuche einen geeigneten Ereignisraum Ω an. Beschreibe auch kurz, welches $\omega \in \Omega$ welchem modellierten Ereignis entspricht.

- a) Du schaust ein Fussballspiel an und notierst das Ergebnis.
- b) Du fährst mit der Linie 3 von der Uni West zur Uni Süd und notierst an jeder der 5 Haltestellen, wieviele Leute einsteigen.
- c) Du jobbst in einer Kneipe und notierst dir, wieviele Gäste du an einem Abend bedienst und wieviel Trinkgeld dir jeder einzelne gibt.

Aufgabe 2: Sigma-Algebren
(3 Punkte)

Sei $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$. Welche der folgenden Mengen ist eine σ -Algebra auf Ω ? Beweise oder widerlege die Aussage.

- a) $\Sigma = \{\emptyset, \Omega, \{1, 2, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{4\}\}$,
- b) $\Sigma = \{\emptyset, \Omega, \{1, 2\}, \{3, 4\}\}$,
- c) $\Sigma = \{\emptyset, \Omega, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \{3, 4\}, \{2, 3, 4\}\}$.

Aufgabe 3: Ereignisse und Wahrscheinlichkeiten
(4 Punkte)

Betrachte folgende Ereignisse bzgl. der Wertentwicklung eines Computerunternehmens nach einem Jahr:

- A = "Der Wert ist nach einem Jahr um mehr als 10 Prozent gestiegen."
- B = "Der Wert ist nach einem Jahr gestiegen, aber nur um maximal 10 Prozent."
- C = "Der Wert ist nach einem Jahr nicht gestiegen."

Die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A, B und C seien bekannt und gegeben durch $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.25$ und $P(C) = 0.35$. Erläutere folgende Ereignisse in Worten und berechne ihre Wahrscheinlichkeiten:

- a) C^c ,
- b) $A \cup B$,
- c) $A^c \cup C$,
- d) $B \cap C$.

Aufgabe 4: Ereignisse**(3 Punkte)**

Eine Münze wird unendlich oft geworfen. Es sei A_k das Ereignis "Im k -ten Wurf fällt Kopf". Beschreibe folgende Ereignisse nur mittels Mengenoperationen und der Ereignisse A_k .

- a) Spätestens im 10. Wurf fällt zum ersten Mal Kopf.
- b) Nur in Würfeln mit gerader Zahl fällt Kopf.
- c) Es fällt unendlich oft Kopf.

Aufgabe 5: Bonferroni-Ungleichung**(3 Punkte)**

Sei (Ω, Σ, P) ein beliebiger Wahrscheinlichkeitsraum. Zeige mittels vollständiger Induktion die Bonferroni-Ungleichung: Für jedes $n \geq 1$ und für alle Mengen $A_1, \dots, A_n \in \Sigma$ gilt

$$P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) \geq \sum_{i=1}^n P(A_i) - (n-1) = 1 - \sum_{i=1}^n P(A_i^c)$$