Angewandte Stochastik I
SS 2014

Dr. Markus Kunze
Dr. Jürgen Kampf

2. Übungsblatt
Abgabe: 23. Mai, 10:15

Aufgabe 1
(4 Punkte)
Auf dem G7-Gipfel sollen sich die 7 Regierungschefs der Teilnehmerländer für ein Gruppenfoto in einer Reihe aufstellen.

a) Bestimme einen geeigneten Grundraum.

Wieviele Möglichkeiten gibt es

b) die Regierungschefs in einer Reihe aufzustellen?

c) die Regierungschefs so in einer Reihe aufzustellen, dass die deutsche Bundeskanzlerin und der US-Präsident an den beiden Enden der Reihe stehen?

d) die Regierungschefs so in einer Reihe aufzustellen, dass die Regierungschefs der nicht-europäischen Länder alle 3 nebeneinander stehen?

Aufgabe 2
(5 Punkte)
In dieser Aufgabe liege ein Laplacescher Wahrscheinlichkeitsraum vor. Als Zufallsexperiment betrachten wir das zufällige Auswählen einer vierstelligen Telefonnummer (die Möglichkeit einer 0 an der ersten Stelle sei nicht ausgeschlossen).

a) Definiere die Grundmenge, die Ereignismenge und das Wahrscheinlichkeitsmaß des Experiments.

b) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Telefonnummer aus vier verschiedenen Ziffern besteht.

c) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Telefonnummer zweimal die 1, einmal die 2 und einmal die 3 enthält.

d) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Telefonnummer nur aus geraden, aber 4 verschiedenen Zahlen besteht. (0 wird als eine gerade Zahl angenommen).

e) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Telefonnummer genau zweimal die 3, aber keine 6 enthält.

Aufgabe 3
(4 Punkte)
In einer Urne befinden sich 26 Kugeln, die mit den Buchstaben des Alphabetes (21 Konsonanten, 5 Vokale) beschriftet sind. Aus diesen werden 6 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

a) Stelle einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum auf.

Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

b) als erster Buchstabe ein Vokal gezogen wird,

c) höchstens drei Vokale gezogen werden,

d) aus den gezogenen Buchstaben das Wort "PHYSIK" gelegt werden kann.

Aufgabe 4: Cantor-Menge
(2+1+1+1+1=6 Punkte)
Die Cantor-Menge ist wie folgt definiert: Für $k \in \mathbb{N}$ setzen wir

$$A_k := \bigcup_{a_1,\ldots,a_k \in \{0,2\}} \left[\sum_{j=1}^{k} a_j 3^{-j},\ \sum_{j=1}^{k} a_j 3^{-j} + 3^{-k} \right].$$

Zum Beispiel ist

$$A_2 = [0, 1/9] \cup [2/9, 1/3] \cup [2/3, 7/9] \cup [8/9, 1]. \tag{1}$$

Die Cantor-Menge ist die Menge $\cap_{k=1}^{\infty} A_k$.

a) Schreibe die Mengen A_1 und A_3 in der selben Darstellung wie (1) auf. Skizziere die Mengen A_1, A_2 und A_3.

b) Beschreibe in Worten, wie die Menge A_k aus der Menge A_{k-1} hervorgeht.

c) Berechne das Lebesgue-Maß der Mengen A_k, $k \in \mathbb{N}$.

d) Bestimme das Lebesgue-Maß der Cantor-Menge.

e) Zeige, dass 0 und 1 in der Cantor-Menge liegen. Gibt es weitere Punkte in der Cantor-Menge? *Die Beziehung* $\sum_{j=\ell}^{k} 2 \cdot 3^{-j} + 3^{-k} = 3^{-(\ell-1)}$ *darf ohne Beweis verwendet werden.*