



Brush-Up Stochastik - Übungsblatt 2

Aufgabe 1

Wir betrachten ein Skatspiel mit 3 Spielern. Beim Skat bekommt jeder Spieler 10 Karten (Skat wird mit einem Blatt aus 32 Karten gespielt. Das Blatt besteht aus den vier Farben Kreuz, Pik, Herz und Karo; jeweils mit den Karten Sieben, Acht, Neun, Zehn, Bube, Dame, König und As). Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass jeder der 3 Spieler genau ein As erhält.

Aufgabe 2

Ein Pokerspiel besteht aus 52 Karten (Sorten: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, Bube, Dame, König, As, in je 4 Farben). Am Anfang bekommst du 5 Karten auf die Hand. Berechne die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse:

- (a) "Flush" (5 Karten der gleichen Farbe)
- (b) "One Pair" (Ein Paar: genau 2 Karten der gleichen Sorte)
- (c) "Two Pairs" (Zwei verschiedene Paare)

Aufgabe 3

In einer Urne liegen 3 grüne, 5 rote und 7 blaue Kugeln. Wir ziehen zufällig zwei Kugeln und stellen fest, dass diese unterschiedliche Farben haben. Gegeben diese Information, wie wahrscheinlich ist es, dass eine davon grün und die andere blau ist?

Aufgabe 4

Ein Sportteam spielt jeden Sonntag Nachmittag drei Spiele. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Mannschaft ihr erstes Spiel gewinnt ist aus Erfahrung $1/2$. Falls sie ein Spiel gewonnen hat erhöht sich die Wahrscheinlichkeit das nächste zu gewinnen um 10%. Andernfalls sinkt die Wahrscheinlichkeit um 5%. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Team genau zwei der drei Spiele gewinnt?

Aufgabe 5

Frau Müller bringt ihrem Sohn jeden Tag nach der Arbeit eine rotationssymmetrische schokoladige Leckerei mit, die ein wechselndes Spielzeug als Beigabe im Inneren enthält. Da sich ihr Sohn am meisten freut, wenn es sich bei dieser Beigabe um ein Auto handelt, hat Frau Müller darauf geachtet, bei welchem Supermarkt die Wahrscheinlichkeit dafür am höchsten ist. Sie hat dabei folgende Vermutung bzgl. der Wahrscheinlichkeiten für ein Auto aufgestellt:

Supermarkt A: 20 %, Supermarkt B: 30 %, Supermarkt C: 10 %, Supermarkt D: 5 %.

Da Frau Müller an ständig wechselnden Orten arbeitet, kauft sie mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten in den Supermärkten A-D ein:

Supermarkt A: 20 %, Supermarkt B: 40 %, Supermarkt C: 25 %, Supermarkt D: 15 %.

Nimm nun an, dass die von Frau Müller geschätzten Zahlen stimmen.

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Frau Müllers Sohn ein Auto findet?

- (b) Er hat heute ein Auto gefunden. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat Frau Müller im Supermarkt C eingekauft?

Aufgabe 6

Über den Wert von drei Aktien sei folgendes bekannt: Alle kosten zum jetzigen Zeitpunkt einen Euro. Der Wert von Aktie 1 steigt mit Wahrscheinlichkeit 0,61 in einem Jahr auf 1,50 Euro und fällt auf 0,50 Euro mit Wahrscheinlichkeit 0,39. Aktie 2 steigt im selben Zeitraum mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,24 auf 1,60 Euro und fällt mit Wahrscheinlichkeit 0,76 auf 0,40 Euro. Aktie 3 ist mit Wahrscheinlichkeit 0,45 in einem Jahr 1,70 Euro Wert und mit Wahrscheinlichkeit 0,55 noch 0,30 Euro. Du wählst zufällig zwei der drei Aktien aus und kaufst je eine zum aktuellen Preis von 1 Euro.

- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit macht dein ausgewähltes Portfolio nach einem Jahr einen Gewinn?
- (b) Wenn du weißt, dass du Gewinn gemacht hast, mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht dein Portfolio aus Aktie 1 und Aktie 2?

Aufgabe 7

An der Haltestelle „Multscherschule“ fahren abwechselnd Busse der Linien 3 und 5 zur Universität ab. Zu den Stoßzeiten sind die Busse jedoch so voll, dass nicht alle tatsächlich halten. Es sei bekannt, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bus der Linie 3 an der Haltestelle Multscherschule hält $1/3$ ist, während die Wahrscheinlichkeit bei der Linie 5 eine Konstante $p \in (0, 1)$ ist.

Du kommst an der Haltestelle Multscherschule an und beschliesst, den nächsten Bus der an der Haltestelle anhält zur Uni zu nehmen. Laut Fahrplan ist der nächste Bus ein Bus der Linie 3.

- (a) Bestimme für $k \in \mathbb{N}$ die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A_k : „Der k -te ankommende Bus ist der erste, der anhält“. Hinweis: Unterscheide die Fälle, dass $k = 2l$ gerade ist und dass $k = 2l - 1$ ungerade ist.
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommst Du mit einem Bus der Linie 5 an der Uni an?
- (c) Für welchen Wert von p ist es gleich wahrscheinlich, mit der Linie 3 und der Linie 5 an der Uni anzukommen.