

**6. Übungsblatt**  
**Besprechung: 20. Juli, 9:00 (s.t.)**

Bitte meldet Euch bis 20. Juli zur Vorleistung an. Am 21. Juli werden die Vorleistungen eingetragen.

**Aufgabe 1: Der Satz von Pickands-Balkema-de Haan**  
**(5 Punkte)**

Wir wollen uns klar machen, was der Satz von Pickands-Balkema-de Haan mit den zugehörigen Beispielen zu tun hat.

Hierzu betrachten wir eine Zufallsvariable  $X$  mit rechtem Endpunkt  $x^*$ , die

$$\lim_{u \rightarrow x^*} \sup_{t \in [0, x^* - u]} |\mathbb{P}(X - u \leq t | X > u) - P_{\gamma, \beta(u)}(t)| = 0$$

für eine Konstante  $\gamma \in \mathbb{R}$  und eine positive Funktion  $\beta(u)$  erfüllt. Finde eine positive Funktion  $a(u)$  und eine nicht-degenerierte Verteilungsfunktion  $G$  mit

$$\lim_{u \rightarrow x^*} \mathbb{P}(a(u)(X - u) \leq t | X > u) = G(t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

**Aufgabe 2: Feuerversicherung und der ML-Schätzer für die verallgemeinerte Paretoverteilung**  
**(4+1=5 Punkte)**

Im Datensatz `danish` des R-Pakets `evir` sind die Versicherungsfälle der Kopenhagen Re aus der Feuerversicherung mit einer Schadenshöhe von mindestens einer Million Dänischen Kronen (1 Dänische Krone  $\approx 0,13$  Euro) aus den elf Jahren 1980 bis 1990 enthalten. Es ist jeweils die Schadenshöhe in Millionen Dänischen Kronen und das Datum des Brandes enthalten.

- Implementiere den Maximum-Likelihood-Schätzer der verallgemeinerten Pareto-Verteilung. Gehe dabei analog wie in Aufgabe 2b) von Blatt 5 vor. Nun muss die log-Likelihood-Funktion aber außerhalb ihres Definitionsbereichs durch eine deutlich niedrigere Zahl, z.B. durch -50000, fortgesetzt werden.
- Zeichne mit Hilfe der Funktion `qqpd()` einen QQ-Plot, um zu entscheiden, ob die Daten einer allgemeinerten Pareto-Verteilung folgen.