

Übungen zu Wahrscheinlichkeitsrechnung - Blatt 3

(Abgabe: Donnerstag, 15.11.2007, vor den Übungen)

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Sei $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ ein beliebiger Wahrscheinlichkeitsraum und seien $A, B, C \in \mathcal{F}$ unabhängige Ereignisse. Zeige, dass die Ereignisse $A \cup B$ bzw. $A \setminus B$ jeweils unabhängig von C sind.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Zwei Unternehmer wollen sich zwischen 20.00 und 21.00 Uhr an einem bestimmten Ort treffen. Die beiden kommen dabei innerhalb der angegebenen Stunde rein willkürlich an. Keiner ist jedoch bereit, länger als zehn Minuten auf den anderen zu warten. Um 21 Uhr gehen beide spätestens.

- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt es zu einem Treffen? (3)
- (b) Wie lange müssten beide bereit sein, aufeinander zu warten, damit die Wahrscheinlichkeit, dass sich beide treffen, mindestens 0.7 beträgt? (2)

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Ein Unternehmen fertigt Microchips in drei Produktionsstätten an, und zwar 50% in Werk A, 30% in Werk B und den Rest in Werk C. Von den in Werk A produzierten Chips sind 2%, von den in B produzierten 3% und von den in C produzierten 5% fehlerhaft.

- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein aus der Gesamtproduktion zufällig ausgewählter Chip fehlerhaft? (3)
- (b) Aus der Gesamtproduktion wird ein fehlerhafter Chip ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde er in Werk B produziert? (1)

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Sei $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ ein Wahrscheinlichkeitsraum und $B \in \mathcal{F}$ ein beliebiges (aber festes) Ereignis mit $\mathbb{P}(B) > 0$. Zeige:

Die Abbildung $\mathbb{P}_B : \mathcal{F} \rightarrow [0, 1]$, wobei $\mathbb{P}_B(A) := \mathbb{P}(A|B)$ für $A \in \mathcal{F}$, ist ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf (Ω, \mathcal{F}) , und es gilt: $\mathbb{P}_B(B^c) = 0$.

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Bei der Bundestagswahl am 18.9.2005 haben 34% der Erstwähler ihre Stimme für die SPD abgegeben. Aufgrund langjähriger Erfahrung (Wahlanalysen) weiß man, dass 35% derjenigen Wähler, die sich bei einer Bundestagswahl für die SPD entscheiden, bei der darauffolgenden Bundestagswahl entweder eine andere Partei wählen oder zu den Nichtwählern gehören werden. Außerdem ist bekannt, dass 30% der Wahlberechtigten, die bei einer Bundestagswahl nicht SPD wählen, bei der darauffolgenden Bundestagswahl für die Sozialdemokraten stimmen werden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig bestimmter Wahlberechtigter

- (a) bei seiner zweiten Bundestagswahl SPD wählt? (2)
- (a) bei seiner n -ten Bundestagswahl SPD wählt? Was ergibt sich für $n \rightarrow \infty$? (3)