

Übungen zu Ökonometrie - Blatt 1

(Abgabe: Donnerstag, 23.10.2007, vor den Übungen)

Bitte Übungsblätter zu zweit abgeben. Es ist eine Anmeldung bei SLC notwendig.

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Die in der nachfolgenden Tabelle angegebenen Daten geben einen Überblick über die Entwicklung der Arbeitslosenzahlen und der offenen Stellen für die Jahre 1976-1984 im Bundesland Bremen.

Jahr	1976	1977	1978	1979	1980
offene Stellen	3010	3041	3439	4382	4379
Arbeitslose	15166	15594	15420	13826	14764

Jahr	1981	1982	1983	1984
offene Stellen	2911	1335	987	1217
Arbeit lose	19899	28775	36743	38917

- (a) Zeichne ein Streudiagramm (Punktewolke) für die beobachteten Werte der Anzahl der offenen Stellen x (Ausgangsvariable) und der Arbeitslosenzahl Y (Zielvariable) in ein Diagramm ein. (3)
- (b) Schätze die Regressionsgerade mittels der Methode der kleinsten Quadrate und zeichne diese ebenfalls in das Streudiagramm ein. (4)
- (c) Prognostiziere die Anzahl der Arbeitslosen bei 900 offenen Stellen. (1)

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Für ein Chemieunternehmen wurde eine Regressionsanalyse mit dem Jahresumsatz als Zielvariable und den jeweiligen Vorjahresaufwendungen für Forschung und Entwicklung als Ausgangsvariable durchgeführt. Es resultierte die Regressionsgerade

$$y = 6 \cdot 10^8 + 50x.$$

Ferner betrug der mittlere Jahresumsatz $1,5 \cdot 10^9$ (€). Wie hoch waren die mittleren Aufwendungen für Forschung und Entwicklung?

Aufgabe 3 (11 Punkte)

Die folgende Tabelle enthält Stichprobendaten für die Anzahl von Stunden, die 8 Studenten eines Kurses außerhalb der Vorlesungsstunden in einem Zeitraum von drei Wochen zum Lernen aufgewendet haben, sowie ihre Prüfungsnoten, die sie am Ende dieses Zeitraumes erreicht haben.

Student aus der Stichprobe	1	2	3	4	5	6	7	8
Lernzeit in Stunden (x)	20	16	34	23	27	32	18	22
Punktezahl in der Prüfung (y)	64	61	84	70	88	92	72	77

- (a) Bestimme die Kleinst-Quadrate-Regressionsgerade für die angegebenen Daten und trage diese zusammen mit den Daten in ein Streudiagramm ein. (7)
- (b) Teste auf dem Ein-Prozent-Signifikanzniveau die Nullhypothese, dass die Steigung der Regressionsgerade Null ist und interpretiere das Ergebnis. (Hinweis: 99.5%-Quantil der t-Verteilung mit 6 Freiheitsgraden: $t_{6,0.995} = 3.707$) (3)
- (c) Prognostiziere mit Hilfe der Regressionsgleichung aus Teil (a) das Prüfungsergebnis eines Studenten, der 30 Stunden für das Studium des Kursmaterials verwendet hat. (1)

Aufgabe 4 (7 Punkte)

Beobachtet wurden das Einkommen X (in 10 Tsd. €) und der Kartoffelverbrauch Y (in kg) in zehn zufällig ausgewählten Haushalten. Dabei wurden die folgenden Wertepaare (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, 10$, erhoben:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	8.5	7.8	7.5	6.2	6.5	6.0	5.6	4.6	4.0	3.3
y_i	18	20	20	25	29	31	33	37	43	44

- (a) Teste zum Niveau 0.05 die Nullhypothese, dass die Regressionskonstante gleich $\alpha_0 = 55$ ist. (Hinweis: $t_{8,0.975} = 2.306$) (3)
- (b) Bestimme 95%-Konfidenzintervalle der Parameter α und β . (4)

Aufgabe 5 (3 Punkte)

In einem Sägewerk werden Holzplatten verschiedener Länge x_2 , Breite x_3 und Dicke x_4 verarbeitet. Die Bearbeitungszeit Y einer Holzplatte in einer Maschine, so vermutet man, hängt linear von den Variablen x_2 , x_3 und x_4 ab. Führe eine multiple Regression von Y auf x_2 , x_3 und x_4 durch, d. h. schätze die zugehörigen Parameter β_1 , β_2 , β_3 und β_4 nach der MKQ-Methode.

Bestimme die erwartete Bearbeitungszeit einer Holzplatte der Länge 175.2cm, Breite 18.0cm und Dicke 6.5cm. (Hinweis auf der Rückseite)

i	y_i	x_{i2}	x_{i3}	x_{i4}
1	60.1	170.1	16.5	8.0
2	80.5	158.3	26.1	7.9
3	38.9	151.6	15.4	6.2
4	86.7	185.2	17.6	5.8
5	74.6	176.4	18.9	6.7
6	90.4	190.0	21.2	6.0
7	120.3	178.5	27.5	8.0
8	52.5	166.9	16.8	7.4

Holzmaße (in cm) x_{i2} , x_{i3} , x_{i4} und Bearbeitungszeit (in Sek.) y_i , $i = 1, \dots, 8$.

Hinweis:

$$(X^T X)^{-1} = \begin{pmatrix} 52.3 & -0.22 & 0.22 & -2.66 \\ -0.22 & 0.00 & 0.00 & 0.01 \\ 0.22 & 0.00 & 0.01 & 0.03 \\ -2.66 & 0.01 & -0.03 & 0.27 \end{pmatrix}$$

$$X^T y = (604.00, 105491.48, 12734.35, 4235.91)^T$$

wobei X die Designmatrix ist und $y = (60.1, 80.5, 38.9, 86.7, 74.6, 90.4, 120.3, 52.5)^T$.