

Übungen zu Räumliche Statistik - Blatt 6

Präsentation der Lösungen: **Freitag, 19.12.08 um 12 Uhr,**
Helmholtzstr. 18 in Raum E20

Aufgabe 1

Für diese Aufgabe soll die R-Bibliothek `spatstat` **nicht** verwendet werden.

- (a) Implementiere eine Prozedur, die einen Matérn-Cluster-Prozess randeffektfrei auf einem rechteckigen Beobachtungsfenster $W = [0, m]^2$ simuliert. Der primäre Poissonprozess $\{S_n\}$ soll dabei homogen sein mit Intensität $\lambda_0 > 0$.
- (b) Visualisiere eine Realisierung eines Matérn-Cluster-Prozess auf dem Fenster $W = [0, 100]^2$ mit den Parametern $\lambda_0 = 0.002$, $\lambda^{(1)} = 0.05$ und $R = 10$ und berechne die (theoretische!) Gesamtintensität λ .
- (c) Ermittle für die Fensterlängen $m = 50, 75, 100, 125, 150$ die relative Häufigkeit, mit welcher der Shapiro-Wilk-Test zum Niveau $\alpha = 0.05$ die Hypothese ablehnt, dass die Zufallsvariable

$$T = \sqrt{\frac{\nu_2(W)}{\lambda_0 \lambda^{(1)} \pi R^2 (1 + \lambda^{(1)} \pi R^2)}} (\hat{\lambda}_W - \lambda)$$

standardnormalverteilt ist. Führe dazu für jede der Fenstergrößen 100 mal einen Shapiro-Wilk-Test aus, der jeweils auf 50 Realisierungen des Matérn-Cluster-Prozesses aus (b) beruht. Stelle die Ablehnungshäufigkeiten als Funktion der Fenstergröße graphisch dar.

- (d) Wiederhole (c), wobei statt des Matérn-Cluster-Prozesses ein homogener Poisson-Prozess gleicher Intensität betrachtet wird. Die in (c) betrachtete Zufallsvariable T wird entsprechend durch

$$T' = \sqrt{\frac{\nu_2(W)}{\hat{\lambda}_W}} (\hat{\lambda}_W - \lambda_0)$$

ersetzt.