Prof. Dr. Volker Schmidt
Dipl.-Math. oec. Ralf Thiedmann
Dipl.-Math. oec. Florian Voss

WS 2008/09
23.10.2008

Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik
Übungsblatt 2

(Abgabe: Donnerstag, 30.10.2008, vor den Übungen)

Übungsblätter können (und sollen) zu zweit abgegeben werden. Es ist eine Anmeldung zur Vorlesung bei SLC nötig.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

N Personen verlassen bei Ausbruch eines Feuers fluchtartig ein Fest und jeder schnappt sich in der Eile irgendeinen Mantel und irgendeinen Hut. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass niemand sowohl den eigenen Mantel als auch den eigenen Hut erwischt?
Hinweise:

- Verwenden Sie die Siebformel
- Man kann folgenden Grundraum betrachten: $\Omega = \{(\omega, \widetilde{\omega}) : \omega, \widetilde{\omega} \in \Omega_1\}$, wobei $\Omega_1 = \{\omega = (\omega_1, \ldots, \omega_N) : \omega_1, \ldots, \omega_N \in \{1, \ldots, N\}$ mit $\omega_i \neq \omega_j$ für $i \neq j\}$.

Aufgabe 2 (3 + 2 Punkte)

Überprüfen Sie, ob die Tripel $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ Wahrscheinlichkeitsräume sind.

(a) $\Omega = \mathbb{N} \cup \{0\}$; $\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega)$; $P(A) = \sum\limits_{x \in A} \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$, $\lambda > 0$, $A \in \mathcal{F}$

(b) $\Omega = \mathbb{R}$, $\mathcal{F} = \sigma(\{(a, b) : -\infty < a < b < \infty\})$; $P(A) = 1$, falls ein endliches Intervall I existiert mit $A \subset I$ und $P(A) = 0$ sonst.

Aufgabe 3 (3 + 2 Punkte)

Zeigen Sie, dass für jede in einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ definierte Folge $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ von Ereignissen $A_n \in \mathcal{F}$ folgende Ungleichungen gelten:

(a) $P(\liminf_n A_n) \leq \liminf_n P(A_n)$

(b) $\limsup_n P(A_n) \leq P(\limsup_n A_n)$

Aufgabe 4 (1 + 1 + 1 + 1 Punkte)

Die PIN-Nummer einer ec-Karte besteht aus jeweils 4 Ziffern. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

(a) alle Ziffern verschieden sind?

(b) genau zwei gleiche Ziffern enthalten sind?

(c) die Ziffern 3 und 4 je genau einmal vorkommen?

(d) die Ziffern 3 und 4 je genau einmal vorkommen und die Ziffer 4 an der dritten Stelle steht?

Aufgabe 5 (3 Punkte)

24 Teilnehmer eines Turniers, von denen 4 besonders leistungsstark sind, werden rein zufällig in 4 Gruppen zu je 6 Personen aufgeteilt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 4 leistungsstarken Teilnehmer in verschiedenen Gruppen sind.