Prof. Dr. Volker Schmidt
Dipl.-Math. oec. Ralf Thiedmann
Dipl.-Math. oec. Florian Voss

WS 2008/09
30.10.2008

Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

Übungsblatt 3

(Abgabe: Donnerstag, 6.11.2008, vor den Übungen)

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Zwei Unternehmer wollen sich zwischen 20.00 und 21.00 Uhr an einem bestimmten Ort treffen. Die beiden kommen dabei innerhalb der angegebenen Stunde rein willkürlich an. Keiner ist jedoch bereit, länger als 15 Minuten auf den anderen zu warten. Um spätestens 21 Uhr gehen beide.

(a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt es zu einem Treffen?

(b) Wie lange müssten beide bereit sein aufeinander zu warten, damit die Wahrscheinlichkeit, dass sich beide treffen, mindestens 0.7 beträgt?

Hinweis: Bestimmen Sie einen geeigneten Grundraum und lösen Sie die Aufgabe mit geometrischen Wahrscheinlichkeiten.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Es werden zwei positive Zahlen x und y, die beide nicht größer als 2 sind, zufällig ausgewählt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass weder das Produkt xy den Wert 1 noch der Quotient y/x den Wert 2 übersteigt.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Gegeben sei der Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ und eine Menge $B \in \mathcal{F}$ mit $P(B) > 0$. Sei weiter $Q : \mathcal{F} \to \mathbb{R}$ definiert über $Q(A) = P(A \,|\, B)$ für alle $A \in \mathcal{F}$. Zeigen Sie, dass $(\Omega, \mathcal{F}, Q)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum ist. Sei $C \in \mathcal{F}$ mit $Q(C) > 0$, zeigen Sie, dass $Q(A \,|\, C) = P(A \,|\, B \cap C)$ gilt.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Im Radio werden gerade die Lottozahlen übertragen, wobei Sie die Ansage der ersten fünf Zahlen verpasst haben. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die sechste Zahl eine gerade Zahl?

Aufgabe 5 (1 + 1 + 2 Punkte)

Eine Firma produziert Fernsehgeräte. Mit Wahrscheinlichkeit 0.06 ist ein produziertes Gerät defekt. Bei der Endprüfung zeigt das Prüfgerät mit Wahrscheinlichkeit 0.85 bei defekten und mit Wahrscheinlichkeit 0.1 bei nicht defekten Geräten einen Fehler an.

(a) Formulieren Sie die gegebenen Wahrscheinlichkeiten als (bedingte) Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse D :=“Gerät defekt“, F :=“Fehler angezeigt“ und D^c.

Ein zufällig ausgewählter Apparat werde nun geprüft. Mit welcher Wahrscheinlichkeit

(b) zeigt das Prüfgerät einen Fehler an?

(c) ist dieser Fernsehapparat defekt, falls das Prüfgerät einen bzw. keinen Fehler anzeigt?